

الجبر

(١) مـــــــــــــــراجعة.

(٢) الجذر التكعيبى للعدد النسبى .

(٣) مجموعة الأعداد غير النسبية ن َ .

(٤) إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبى.

(٥) مجموعة الأعداد الحقيقية ح .

(٦) الـفــتـــــــــــــــرات.

(٧) العمليات على الفـــــترات.

(٨) العمليات على الأعداد الـحـقـيقـيـــة .

(٩) العمليات على الجذور الـتـربـيـعـيـة.

(١٠) العمليات على الجذور الـتكعيبية .

(١١) تطبيقات على الجذور التربيعية والتكعيبية.

(١٢) حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ح .

(١٣) العلاقة بين متغيرين.

(١٤) ميل الخط المستقيم وتطبيقات حياتية .

مراجعة

مجموعات الأعداد

سبق لك دراسة مجموعات الأعداد الاتية فى السنوات السابقة :

(١) مجموعة أعداد العد ع = { ١، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ....}

(٢) مجموعة الأعداد الطبيعية ط = { ٠، ١، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ....}

(٣) مجموعة الأعداد الصحيحة ص ={ ..... ، ٣، ٢، ١، ٠، -١ ، -٢ ، -٣ ، ....}

ويمكن تقسيم مجموعة الأعداد الصحيحة الى :

(ﺃ) مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة $ص_{+}$ ={ ١ ، ٢ ، ٣ ، ....}

(ب) مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة $ص_{-}$ ={ -١ ، -٢ ، -٣ ، ....}

ملاحظة الصفرليس موجب ولا سالب

فكر ضع علامة √ أو x ص = $ص_{+}$ ∪ $ص_{-}$ (x)

التصحيح ص = $ص_{+}$ ∪ {٠} ∪ $ص_{-}$

(٤) مجموعة الاعداد النسبية ن = { $\frac{ﺃ}{ب}$: ﺃ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠ }

مثلاً $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{-٥}{٦}$ ، $\frac{صفر}{٧}$ ، ~~$\frac{٩}{صفر}$~~ لأنه لا تجوز القسمة على الصفر

القيمة المطلقة للعدد النسبى $\left|\frac{٥}{٣}\right| = \frac{٥}{٣}$ ، $\left|\frac{-٢}{٥}\right| = \frac{٢}{٥}$

ملاحظة هامة إذا كان |س| = ﺃ فإن س= ± ﺃ

أكمل : إذا كان |س| = ٥ فإن س = ... أو ....

الصورة القياسية للعدد النسبى هى ﺃ x ١٠ ^ن^ حيث ن ∈ ص ، ١ ≤ |ﺃ| < ١٠

مثلاً العدد ٠,٠٠٥٢٣ صورته القياسية هى ٥,٢٣ x ١٠ ^-٣^ " الحركة من اليسار سالبة "

-٣

العدد ١٥٦٢٠,٣ صورته القياسية هى ١,٥٦٢٠٣ x ١٠ ^٤^ " الحركة من اليمين موجبة "

+٤

العدد النسبى المربع الكامل

هو العدد الموجب الذى يمكن كتابته على صورة مربع عدد نسبى

أى (عدد نسبى)^{٢} مثل : ٣٦=٦ $\times$ ٦ = ٦^{٢} ، ٢٥= ٥ $\times$ ٥ = ٥^{٢}

العدد النسبى المكعب الكامل

هو العدد النسبى الذى يمكن كتابته على صورة مكعب عدد نسبى

أى (عدد نسبى)^{٣} مثل : ٢١٦= ٦ $\times$ ٦ $\times$ ٦ =٦^{٣} ، ١٢٥=٥×٥×٥=٥^{٣}

الجذر التربيعى للعدد النسبى المربع الكامل

الجذر التربيعى للعدد النسبى م هو العدد الذى مربعه يساوى م



$\sqrt{٣٦}$ =٦ لأن ٦^{٢} = ٦ $\times$ ٦ =٣٦

$\sqrt{٢٥}$ = ٥ لأن ٥^{٢} = ٥ $\times$ ٥ = ٢٥

ملاحظات هامة

* لامعنى لإيجاد الجذر التربيعى للعدد النسبى السالب $\sqrt{-٢٥}$ " لايجوز "



$\pm\sqrt{م}$ يعنى الجذرين التربيعيين للعدد م

$\sqrt{م}$ يعنى الجذر التربيعى الموجب للعدد م



$-\sqrt{م}$ يعنى الجذر التربيعى السالب للعدد م

* أى عدد نسبى مربع كامل له جذران تربيعيان أحدهما موجب والاخر سالب وكل منهما معكوس جمعى للاخر ومجموعهما = صفر

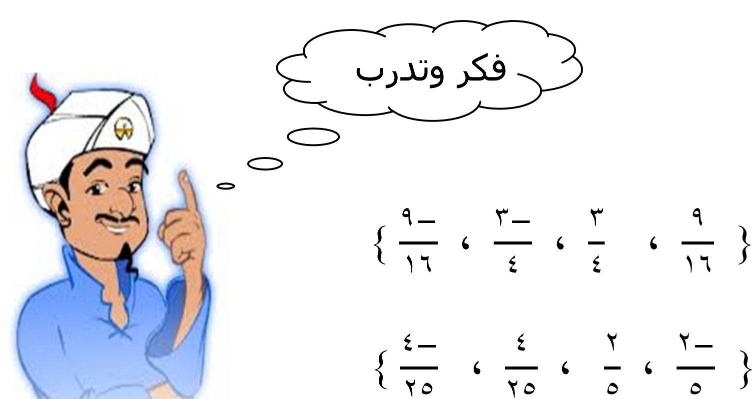
مثال $\pm\sqrt{١٠٠}$=±١٠ مجموعهما = −١٠+١٠= صفر

١) أكمل : مجموع الجذرين التربعين للعدد النسبى $\frac{٩}{٤}$ = ...

٢) إختر الإجابة الصحيحة :

مجموع الجذرين التربيعين للعدد النسبى $\frac{٩}{١٦}$ يساوى .... [$\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ ، $\pm\frac{٣}{٤}$ ، صفر]

* $\sqrt{\left(\frac{م}{ب}\right)^{٢}} = \left|\frac{م}{ب}\right|$ $\Longleftarrow$ $\sqrt{\left(\frac{-٣}{٤}\right)^{٢}} = \left|\frac{-٣}{٤}\right| = \frac{٣}{٤}$ "خد بالك التربيع يلغى الجذر والسالب"



إختر الإجابة الصحيحة

$\sqrt{\left(\frac{-٩}{١٦}\right)^{٢}}$ = ... { $\frac{٩}{١٦}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{-٩}{١٦}$ }

$\sqrt{\left(\frac{٤}{٢٥}\right)^{٢}}$ = ... { $\frac{-٢}{٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٤}{٢٥}$ ، $\frac{-٤}{٢٥}$ }

- الأزهر٢٠٠٩ / ٢٠١٠ **ضع علامة** √ أو x

١- كل عدد نسبى مربع كامل له جذران تربيعيان أحدهما معكوس جمعى للاخر ( )

٢- $|م| = ٥$ فإن $م = \pm ٥$ ( )

٣- $\sqrt{٢٥ + ١٤٤} = ١٧$ ( )

- أكمل بوضع كلاً من الأعداد الاتية على الصورة $\frac{م}{ب}$ حيث م ، ب عددان صحيحان ، ب ≠ صفر

(١) $٠,٧٥ = \frac{٧٥}{١٠٠} = \frac{٣ \times ٢٥}{٤ \times ٢٥} = \frac{٣}{٤}$ (٢) $٢\frac{٣}{٤} = \frac{٢ \times ٤ + ٣}{٤} = \frac{٨ + ٣}{٤} = \frac{١١}{٤}$ (٣) $-٦ = \frac{-٦}{١}$

- إخترالاجابة الصحيحة

١) العدد النسبى المحصور بين $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$ هو .... { $\frac{٢}{١٠}$ ، $\frac{١}{١٠}$ ، ٠,٣ ، - ٠,٣}

الحل

نضاعف الكسرين
$\frac{١ \times ٢}{٥ \times ٢} = \frac{٢}{١٠} = ٠,٢$
$\frac{٢ \times ٢}{٥ \times ٢} = \frac{٤}{١٠} = ٠,٤$
⟸ العدد المحصور بينهما هو $\frac{٣}{١٠} = ٠,٣$

٢) حاصل ضرب العدد النسبى $\frac{م}{ب}$ x معكوسه الجمعى =......... { ٠ ، $\frac{-م}{ب}$ ، $\frac{م^٢}{ب^٢}$ ، $\frac{-م^٢}{ب^٢}$ }

الحل

أوجد قيمة س التى تحقق المعادلة الاتية : ٥ س+ ٣ = ٢٠

٥ س = ٢٠−٣ ⟸ ٥ س= ١٧ بالقسمة على ٥ ⟸ س = $\frac{١٧}{٥}$ ∴ م. ح = $\left\{\frac{١٧}{٥}\right\}$



تمارين (١)

١ أكمل بوضع كل من الأعداد الاتية على صورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب ≠ ٠

(١) ٠,٢ =.........................　　　　(٢) ١ $\frac{١}{٤}$ =........................

(٣) ٢٥ % = ...　　　　(٤) -٥ = ...

٢ إختر الاجابة الصحيحة

١) مجموعة حل المعادلة س+٥ = |– ٥| فى ط هى ...... [{٠} ، {-١٠} ، {١٠} ، ∅]

٢) |– ٢| + |– ٤| + |٦| = ... [صفر ، |– ١٢| ، – ١٢ ، ٦]

٣) $\sqrt{أ^{٢}}$ =......................... [أ ، - أ ، |أ| ، ± أ]

٣ أوجد قيمة س التى تحقق المعادلات الاتية :-

١) ٧س+١١= ١٢　　　　$\{\frac{١}{٧}\}$

٢) س+٣ = ٧　　　　{٤}

٤ أوجد الناتج فى أبسط صورة

١) $\sqrt{٣٦ + ٦٤}$ =..........................

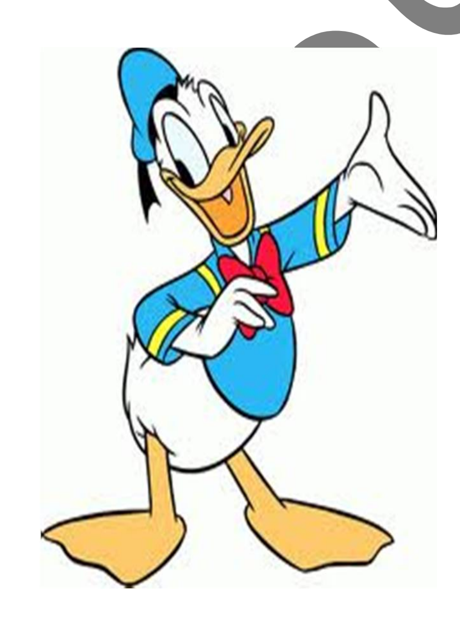
٢) الصورة القياسية للعدد ٠,٠٠٠١٥ هى ....

٣) $\sqrt{٠,١٦}$ + |٠,٦| = ...

٤) $٢^{٠} + ٢^{١} + ٢^{٢} + ٢^{٣}$ =.......................

٥) مجموع الجذرين التربعيين للعدد ٢ $\frac{١}{٤}$ هو ....

٦) $\sqrt{٠,٢٥}$ = ...



الجذر التكعيبى للعدد النسبى

الجذر التكعيبى للعدد م هو العدد الذى مكعبه يساوى م

$\sqrt[٣]{١٢٥}$ = ٥ لأن $٥^{٣}$ = ٥ x ٥ x ٥ = ١٢٥

$\sqrt[٣]{-١٠٠٠}$ = -١٠ لان $(-١٠)^{٣}$ = -١٠ x -١٠ x -١٠ = -١٠٠٠

ملاحظات هامة

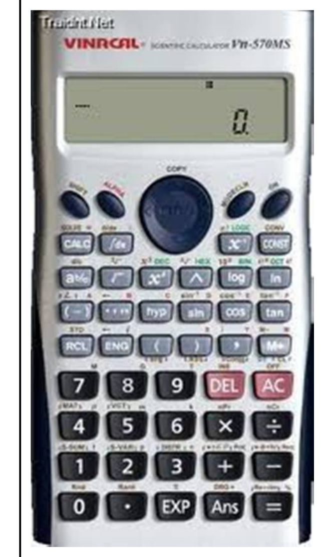
١) الجذر التكعيبى للعدد النسبى
- الموجب يكون موجباً
- السالب يكون سالباً

٢) التكعيب يلغى الجذر التكعيبى $\sqrt[٣]{م^{٣}}$ = م



كيفية ايجاد الجذر التكعيبى للعدد النسبى المكعب الكامل

بالالـــــة الحاســـــبة



$\sqrt[٣]{٢١٦}$ = ٦

$\sqrt[٣]{-٥١٢}$ = -٨

تحليل العدد إلى عوامله الاولية

العدد الأولى : هو العدد الذى يقبل القسمةعلى نفسه والواحد الصحيح فقط .

مثلا ٢ = ٢ x ١ ، ٣ = ٣ x ١

٥ = ٥ x ١ ، ٧ = ٧ x ١

مجموعة الأعداد الأولية :

={٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ....}

ملاحظات هامة

١) العدد الزوجى (رقم أحاده ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨) يقبل القسمة على ٢

١٨÷٢=٩ ، ٣٦÷٢=١٨

٢) العدد الذى رقم احاده صفر أو خمسة يقبل القسمة على ٥

٢٠÷٥=٤ ، ٣٥÷٥=٧

٣) أى عدد مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٣ فإن هذا العدد يقبل القسمة على ٣

مثلا : ٦٢٣١ مجموع أرقامه ١+٣+٢+٦=١٢ يقبل القسمة على ٣

٦٢٣١÷٣=٢٠٧٧

العدد ٥٤٢ مجموع ارقامه ٢+٤+٥=١١ لايقبل القسمة على ٣ ⟸ ٥٤٢ لايقبل القسمة على ٣

أوجد باستخدام التحليل : (١) $\sqrt[٣]{٢١٦}$ (٢) $\sqrt[٣]{\frac{-٥١٢}{١٢٥}}$

العدد	العامل	المجموعة
٢١٦	٢	٢
١٠٨	٢	
٥٤	٢	
٢٧	٣	٣
٩	٣	
٣	٣	
١		

$\sqrt[٣]{٢١٦} = ٢ \times ٣ = ٦$

العدد	العامل	المجموعة
٥١٢	٢	٢
٢٥٦	٢	
١٢٨	٢	
٦٤	٢	٢
٣٢	٢	
١٦	٢	
٨	٢	٢
٤	٢	
٢	٢	
١		

العدد	العامل	المجموعة
١٢٥	٥	٥
٢٥	٥	
٥	٥	
١		

$\sqrt[٣]{\frac{-٥١٢}{١٢٥}} = \frac{-٨}{٥}$





حجم المكعب = طول الحرف x نفسه x نفسه



مكعب حجمه ١٢٥ سم^{٣} فإن طول حرفه = ...سم

ح = ل^{٣} $\Longleftarrow$ ل^{٣} = ١٢٥ $\Longleftarrow$ ل = $\sqrt[٣]{١٢٥}$ = ٥ سم

إختر الاجابة الصحيحة

١) $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}} + \sqrt{٠,٢٥} = \frac{٣}{٢} + \frac{١}{٢} = \frac{٤}{٢} = ٢$ [$\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، **٢** ، -٢]

الحل

$\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}} = \sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}} = \frac{٣}{٢}$ ، $\sqrt{٠,٢٥} = \sqrt{\frac{٢٥}{١٠٠}} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

٢) أوجد قيمة س فى كل من الحالات الاتية :-

(أ) $\sqrt[٣]{س} = -\sqrt{٤}$ (ب) س^{٣} − ١٢٥ = ٠

الحل

$\sqrt[٣]{س}$ = − ٢ بتكعيب الطرفين

$(\sqrt[٣]{س})^{٣} = (-٢)^{٣}$

س = −٢ x −٢ x −٢ = − ٨

س = − ٨ $\Longleftarrow$ م . ح = {−٨}

س^{٣} − ١٢٥ = ٠

س^{٣} = ١٢٥ بأخذ الجذر التكعيبى للطرفين

س = $\sqrt[٣]{١٢٥}$ = ٥

م . ح = {٥}

٤) أوجد مجموعة الحل في ح لكل من المعادلات الاتية :-

(أ) $٨ س^{٣} + ٧ = ٨$ (ب) $(٥س - ٢)^{٣} + ١٠ = ١٨$

الحل

(أ)

$٨ س^{٣} + ٧ = ٨$

$٨ س^{٣} = ٨ - ٧$

$٨ س^{٣} = ١$ بالقسمة على ٨

$س^{٣} = \frac{١}{٨}$ بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$\sqrt[٣]{س^{٣}} = \sqrt[٣]{\frac{١}{٨}}$

$س = \frac{١}{٢}$

∴ م. ح = $\{\frac{١}{٢}\}$

(ب)

$(٥س - ٢)^{٣} + ١٠ = ١٨$

$(٥س - ٢)^{٣} = ١٨ - ١٠ = ٨$

$(٥س - ٢)^{٣} = ٨$ بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$\sqrt[٣]{(٥س - ٢)^{٣}} = \sqrt[٣]{٨}$

$٥س - ٢ = ٢ \Leftarrow ٥ س = ٢ + ٢$

$٥ س = ٤ \Leftarrow س = \frac{٤}{٥}$

∴ م. ح = $\{\frac{٤}{٥}\}$

مجموعة الأعداد غير النسبية نَ

العدد غير النسبى

هو العدد الذى لا يمكن وضعه على صورة $\frac{م}{ب}$ حيث م ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠

من أمثلة الاعداد غير النسبية :

١- الجذور التربيعية للأعداد الموجبة التى ليست مربعات كاملة

$\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $-\sqrt{٦}$

٢- الجذور التكعيبية للأعداد النسبية التى ليست مكعبات كاملة

$\sqrt[٣]{٤}$ ، $\sqrt[٣]{١١}$ ، $\sqrt[٣]{-٣}$

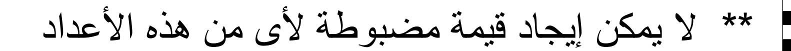
* * العدد غير النسبى هو العدد الموجود تحت الجذر التربيعى او التكعيبى ولا تستطيع حسابه

٣- النسبة التقريبية π

مجموعات الاعداد التى تم دراستها هى

ن ، ص ، ط ، نَ





** لا يمكن إيجاد قيمة مضبوطة لأى من هذه الأعداد

** الأعداد غير النسبية يرمز لها بالرمز نَ

** أى عدد غير نسبى تنحصر قيمته بين عددين نسبيين

** ن ∩ نَ = ∅



١ أكمل باستخدام أحد الرمزين ∈ ، ∉





$\sqrt[3]{8}$ ∋ .... $\sqrt{8}$ ∋ ....

$\sqrt{6}$ ∋ .... π ∋ ....

ضع علامة √ أو x

$\sqrt{7} > 3$ (x) $\sqrt[3]{20} > \sqrt{9}$ (x)

$\sqrt{7}$ $\sqrt{9}$ $\sqrt[3]{20}$ ٣

$\sqrt[3]{20}$ $\sqrt[3]{27}$





طول ضلع مربع مساحة سطحه ٦ سم٢ هو عدد نسبى ( )

مساحة المربع = طول الضلع x نفسه = ل x ل = ل٢

طول ضلع المربع = $\sqrt{\text{مساحته}}$ = $\sqrt{6}$ سم .

اختر الاجابة الصحيحة :-

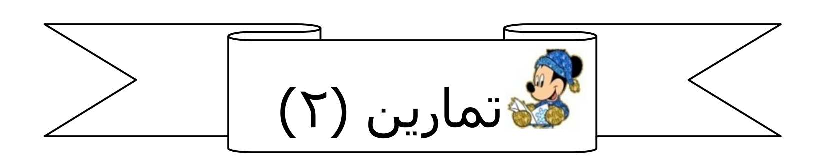
١) العدد غير النسبى المحصور بين – ٢ ، – ١ هو .... [–٣ ، $\frac{-1}{2}$ ، –١ ، $-\sqrt{3}$ ، $\sqrt{2}$]

الحل

بتربيع كلامن –٢، –١   الناتج ٤ ، ١ ∴ المحصور بينهما ٢ ، ٣

الجذر السالب $-\sqrt{2}$ ، $-\sqrt{3}$ ، $-\sqrt{2}$ ، $-\sqrt{1}$

٢) العدد غير النسبى المحصور بين ٢ ،٣ هو .... [$\sqrt{5}$ ، ٤ ، ٩ ، ٥]



١ أكمل الجدول الاتى :

العدد م	٨	١٢٥	ـ٢٧	....	$٣\frac{٣}{٨}$	$\frac{-٨}{١٢٥}$	.....	......
$\sqrt[٣]{م}$	....	....	....	ـ١٠	....	....	٦	ـ٤

٢ اكمل مايأتى

(م) $-\sqrt[٣]{١٢٥}$ = ... (ب) $\sqrt[٣]{٣٤٣}$ = ... (جـ) $\sqrt[٣]{٨} + \sqrt[٣]{-٨}$ = ...

(ى) $\sqrt[٣]{٠,٠٠١}$ = ... (هـ) $\sqrt[٣]{٢٧} - \sqrt[٣]{٦٤}$ = ... (و) $\sqrt[٣]{م^٣}$ = ...

٣ اختر الاجابة الصحيحة :

(م) $\sqrt[٣]{(-٨)^٢}$ = ... [ـ٤ ، ٤ ، ـ٢ ، ٢]

(ب) $\sqrt{٢٥} - \sqrt[٣]{-١٢٥}$ = ... [١٠ ، ٠ ، ٥ ، ± ٥]

(جـ) $\sqrt[٣]{١٠٠٠} \times \sqrt[٣]{-٠,٠٠٨}$ = ... [١٠ ، $\frac{١}{٢}$ ، ٢ ، ـ٢]

٤ أوجد قيمة س :

١) $س^٣ = ٥$

٢) $س^٣ = -٨$

٣) $(س+٣)^٣ = ٣٤٣$

٥ اكمل بأستخدام احد الرمزين ن ، ن/

١) ٥ ∈ ....

٢) $\sqrt[٣]{-٩}$ ∈ ....

٣) ـ٠,٧ ∈ ....

٦ ضع علامة √ أو x

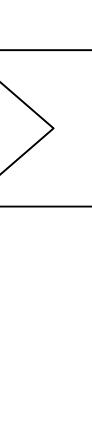
١) $٢,٣ \times ١٠^٥$ ∈ ن ( )

٢) $\sqrt[٣]{١٠٠٠}$ ∈ ن ( )

٣) |ـ٥| ∈ ن/ ( )

٧ أوجد بالتحليل قيمة $\sqrt[٣]{٩٢٦١}$ ، $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}}$

إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبى



*** أى عدد غير نسبى قيمته تنحصر بين عددين نسبيين .**

مثال١ أكمل العبارات الاتية

(١) $٤ < ٧ < ٩$ فإن $٢ < \sqrt{٧} < ٣$

(٢) $..... < ٣ < .....$ فإن $..... < \sqrt{٣} < .....$

(٣) $..... < ١٠ < .....$ فإن $..... < \sqrt{١٠} < .....$

(٤) $..... < ١٧ < .....$ فإن $..... < \sqrt{١٧} < .....$

(٥) $..... < ٢٩ < .....$ فإن $..... < \sqrt{٢٩} < .....$

(٦) $..... < ٤١ < .....$ فإن $..... < \sqrt{٤١} < .....$

(٧) $..... < ٩ < .....$ فإن $..... < \sqrt[3]{٩} < .....$

مثال٢ اثبت أن $\sqrt{٣}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

الحل

$(\sqrt{٣})^2 = ٣$ ، $(١,٧)^2 = ٢,٨٩$ ، $(١,٨)^2 = ٣,٢٤$

$\because ٢,٨٩ < ٣ < ٣,٢٤$ بأخذ الجذر التربيعى للأطراف الثلاثة

$\therefore \sqrt{٢,٨٩} < \sqrt{٣} < \sqrt{٣,٢٤}$

$\therefore ١,٧ < \sqrt{٣} < ١,٨$

$\therefore \sqrt{٣}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

*** أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد $\sqrt{١٢}$**



$\because$ $٩ < ١٢ < ١٦$ بأخذ الجذر التربيعى للأطراف الثلاثة

$\therefore$ $\sqrt{٩} < \sqrt{١٢} < \sqrt{١٦}$

$\therefore$ $٣ < \sqrt{١٢} < ٤$ $\Longleftarrow$ $\sqrt{١٢}$ ينحصر بين ٣ ، ٤

*** أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد $\sqrt[3]{-٢٠}$**



$\because$ $-٢٧ < -٢٠ < -٨$ بأخذ الجذر التكعيبى للأطراف الثلاثة

$\sqrt[3]{-٢٧} < \sqrt[3]{-٢٠} < \sqrt[3]{-٨}$

$-٣ < \sqrt[3]{-٢٠} < -٢$ $\Longleftarrow$ $\sqrt[3]{-٢٠}$ ينحصر بين -٣ ، -٢

تمثيل العدد غير النسبى على خط الأعداد

* لتمثيل العدد $\sqrt{م}$ على خط الأعداد نرسم مثلثا قائم الزاوية فيه :

طول أحد ضلعى القائمة $= \frac{م - ١}{٢}$ ، وطول وتره $= \frac{م + ١}{٢}$

ونرسم الوتر بإستخدام الفرجار .

$\frac{م - ١}{٢}$ $\frac{م + ١}{٢}$ $\sqrt{م}$

مثال٣ مثل العدد $\sqrt{٧}$ على خط الأعداد

الحل

نرسم مثلثا قائم الزاوية

طول ضلع القائمة $= \frac{٧ - ١}{٢} = ٣$ سم

وطول وتره $= \frac{٧ + ١}{٢} = ٤$ سم

ونرسم المثلث من عند الصفر

ونتحرك جهة اليمين .

٣سم   ٤سم

٢-   ١-   ٠   ١   ٢   ٣   ٤   ٥   ٦

$\sqrt{٧}$

مثال٤ مثل العدد ٢ + $\sqrt{٥}$ على خط الأعداد .

نرسم مثلثا قائم الزاوية

طول ضلع القائمة $= \frac{٥ - ١}{٢} = ٢$ سم

وطول وتره $= \frac{٥ + ١}{٢} = ٣$ سم

ونرسم المثلث من عند ٢

ونتحرك جهة اليمين .

٢سم   ٣سم

٢-   ١-   ٠   ١   ٢   ٣   ٤   ٥   ٦   ٧

٢ + $\sqrt{٥}$

*** أوجد قيمة س فى كل من الحالات الاتية وبين ما إذا كانت س ∈ ن أو ن /**

[١] ٢ س^{٢} = ٦ 　　　　[٢] (س–١)^{٢} = ٤

الحل

٢ س^{٢} = ٦ بالقسمة على ٢

س^{٢} = ٣ بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

∴ س = ± $\sqrt{٣}$ ∈ ن /

∴ م. ج = { ± $\sqrt{٣}$ }

(س–١)^{٢} = ٤ بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

∴ س – ١ = ± ٢

∴ س – ١ = ٢ 　　　أو س – ١ =– ٢

∴ س = ٢ + ١ = ٣ 　　∴ س =–٢ +١ = – ١

∴ م. ج ={ ٣ ، – ١ }

*** إذا كانت س عددا صحيحا أوجد قيمة س فى كل من الحالات الاتية :**

[١] س < $\sqrt{١٢٥}$ < س +١ 　　　[٢] س < $\sqrt[٣]{١٠٠}$ < س +١



∵ ١٢١ < ١٢٥ < ١٤٤

∴ $\sqrt{١٢١}$ < $\sqrt{١٢٥}$ < $\sqrt{١٤٤}$

∴ ١١ < $\sqrt{١٢٥}$ < ١٢

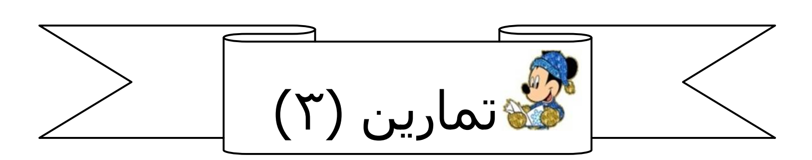
∴ س = ١١

∵ ٦٤ < ١٠٠ < ١٢٥

∴ $\sqrt[٣]{٦٤}$ < $\sqrt[٣]{١٠٠}$ < $\sqrt[٣]{١٢٥}$

∴ ٤ < $\sqrt[٣]{١٠٠}$ < ٥

∴ س = ٤



١ **ضع دائرة حول العدد غير النسبى فى كل مما يأتى : −**

$\sqrt{٣}$ ، −٢,٠ ، $\sqrt[٣]{-١}$ ، صفر ، $\sqrt[٣]{٩}$ ، $-\sqrt{\frac{٤}{٢٥}}$

٢ **أوجد قيمة س فى كل من الحالات الاتية وبين ما إذا كانت س ∈ ن أو ن'**

(١) ٤ $س^{٢}$ = ٩ (٢) $س^{٣}$ = ١٢٥ (٣) $(س-١)^{٣}$ = ١

[$\pm\frac{٣}{٢}$ ، ٥ ، ٢]

٣ **إذا كانت س عددا صحيحا أوجد قيمة س فى كل من الحالات الاتية :**

(١) س < $\sqrt{٧}$ < س+١ (٢) س < $\sqrt{٨٠}$ < س+١

(٣) س < $\sqrt[٣]{٥}$ < س+١ (٤) س < $\sqrt[٣]{٣٠}$ < س+١

[٢ ، ٨ ، ١ ، ٣]

٤ **اختر الاجابة الصحيحة :**

(١) العدد غير النسبى المحصور بين ٢ ، ٣ هو .... [$\sqrt{١٠}$ ، $\sqrt{٧}$ ، ٢,٥ ، $\sqrt{٧}$]

(٢) $\sqrt{١٠}$ ≃ .... [٢,٩٩ ، ٣,٧١ ، ٣ ، −٣,٢]

(٣) أقرب عدد صحيح للعدد $\sqrt[٣]{٢٥}$ هو .... [٥ ، ٣ ، ٢ ، ١٢,٥]

٥ اثبت أن $\sqrt{٧}$ ينحصر بين ٢,٦ ، ٢,٧

٦ **مثل الأعداد الاتية على خط الأعداد :**

(١) $\sqrt{١٣}$ (٢) ٣ + $\sqrt{١١}$ (٣) ٥ − $\sqrt{٧}$

مجموعة الأعداد الحقيقية

مجموعة الأعدادالحقيقية ح

هى المجموعة الناتجة من إتحاد مجموعة الأعداد النسبية ن

ومجموعة الأعدادالغير نسبية ن/

ح

ن	ن َ
ص (ط)	

ملاحظات

(١) ح = ن ∪ ن/

(٢) ن ∩ ن/ = ∅

(٣) ح^{*} = ح − { ٠ }

(٤) ح = ح_{+} ∪ { ٠ } ∪ ح_{-}

(٥) ح_{+} = { س : س ∈ ح ، س > ٠ }

(٦) ح_{-} = { س : س ∈ ح ، س < ٠ }

(٧) مجموعة الاعداد الحقيقية غير السالبة = ح_{+} ∪ { ٠ } = {س:س∈ ح ، س ≥ ٠ }

(٨) مجموعة الاعداد الحقيقية غير الموجبة = ح_{-} ∪ { ٠ } = {س:س∈ ح ، س ≤ ٠ }

(٩) كل عدد حقيقى تمثله نقطة وحيدة على خط الأعداد .

(١٠) الاعداد الحقيقية المتساوية تمثلها نقطة وحيدة على خط الاعداد .

(١١) كل عدد غير نسبى تنحصر قيمته بين عددين نسبيين .





ضع علامة √ أو x

(١) كل عدد طبيعى هو عدد صحيح ( )

(٢) الصفر ينتمى الى مجموعة الأعداد النسبية ( )

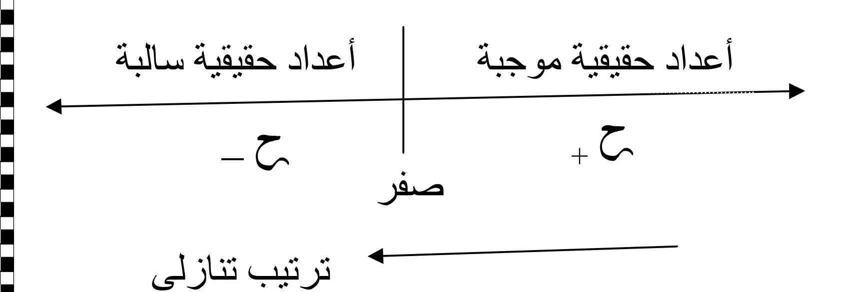
(٣) ص = ص_{+} ∪ ص_{-} ( )

علاقة الترتيب فى مجموعة الأعدادالحقيقية ح

* مجموعة الأعداد الحقيقة ح : -

(أ) مرتبة تصاعديا من اليسار إلى اليمين

(ب) مرتبة تنازليا من اليمين إلى اليسار



* **رتب الأعداد الأتية ترتيباً تصاعديا :**

$\sqrt{٢٧}$ ، $-\sqrt{٤٥}$ ، $\sqrt{٢٠}$ ، ٦ ، ٠ ، $\sqrt[٣]{-١}$

الحل

* **رتب الأعداد الأتية ترتيباً تنازليا :** $\sqrt{٦٢}$ ، ٨ ، $-\sqrt{٥٠}$ ، $\sqrt{٧٠}$

الحل

* **أكمل مكان النقط بوضع > أو = أو <**



(١) ١+ $\sqrt{٢}$ ☐ $\sqrt{٣}$

(٢) ٣− $\sqrt{٢}$ ☐ $\sqrt[٣]{-١}$

(٣) $\sqrt[٣]{-٢٤}$ ☐ −٢

تمارين (٤)

١ أكمل الجدول الاتى

العدد	عدد طبيعى	عدد صحيح	عدد نسبى	عدد غير نسبى	عدد حقيقى
-٥					
$\sqrt[٣]{٩}$					
$|-٢|$					
$\frac{٥}{٢}$					
٠,٣					

٢ رتب الأعداد الأتية ترتيباً تنازليا : $\sqrt{٥٠}$ ، ٥ ، $-\sqrt{٢٠}$، صفر ، ٣ ، $\sqrt{٧}$

٣ رتب الأعداد الأتية ترتيباً تصاعديا : $\sqrt{٢١}$ ، $-\sqrt{٥٠}$ ، ٤ ، $\sqrt{٨}$ ، ٥

٤ أكمل مكان النقط بوضع > أو = أو <

(١) $\sqrt{٥}$ ☐ ٢

(٢) $\sqrt{٧}$ ☐ ٢,٦

(٣) $\sqrt[٣]{٨}$ ☐ $\sqrt{٤}$

(٤) $\sqrt[٣]{-٢٧}$ ☐ $\sqrt{٤}$

(٥) $\sqrt[٣]{-٩}$ ☐ -٣

(٦) $\sqrt[٣]{-٦٤}$ ☐ $-\sqrt{١٦}$

الفترات

الفترة هى مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية.

ملاحظة الفترة تبدأ بالعدد الأصغر وتنتهى بالعدد الأكبر .

الفترات المحدودة

(١) الفترة المغلقة [أ ، ب]

[أ ، ب] = {س: س ∈ ح ، أ ≤ س ≤ ب }

أ ب

أ ∈ [أ ، ب] ، ب ∈ [أ ، ب]

مثال١ [٢ ، ٥] = {س: س ∈ ح ، ٢ ≤ س ≤ ٥ }

٢ ٥

(٢) الفترة المفتوحة] أ ، ب [= { س : س ∈ ح ، أ < س < ب }

أ ∉] أ ، ب [، ب ∉] أ ، ب [

أ ب

مثال٢

] -٢، ٣ [= { س : س ∈ ح ، -٢ < س < ٣ }

-٢ ٣

(٣) الفترات النصف مفتوحة (النصف مغلقة)

[أ ، ب [|] أ ، ب]

[أ ، ب [= { س : س ∈ ح ، أ ≤ س < ب }

أ ب

أ ∈ [أ ، ب [، ب ∉ [أ ، ب [

] أ ، ب] = { س : س ∈ ح ، أ < س ≤ ب }

أ ب

أ ∉]أ ، ب] ، ب ∈] أ ، ب]

مثال٣

[-١، ٤ [= { س : س ∈ ح ، -١ ≤ س < ٤ }

-١ ٤

] -٣ ، ٢] = { س : س ∈ ح، -٣ < س ≤ ٢ }

-٣ ٢

ملاحظة

١ ∋ و ∌ تستخدم مع العناصر (الأعداد)

٢ ⊃ و ⊅ تستخدم مع المجموعة او الفترة

* أكمل بوضع علامة ∋ أو ∌ أو ⊃ أو ⊅ لتكون العبارة صحيحة :-

(أ) -١ .... [-١ ، ٣]

(ب) ٢ ....] ٢ ، ٥ [

(جـ) ٤............[١ ، ٤]

(ء) ٢.٣ x ١٠$^{-٥}$ ....] ٠ ، ١[

(هـ) | - ٥| .... [٤ ، ٦]

(و) $\sqrt[٣]{-٨}$ .... [-١ ، ٢]

(م) [٠ ، ٣]..........[-١ ، ٥]

(و) [١ ، ٢]..........[٣ ، ٥]

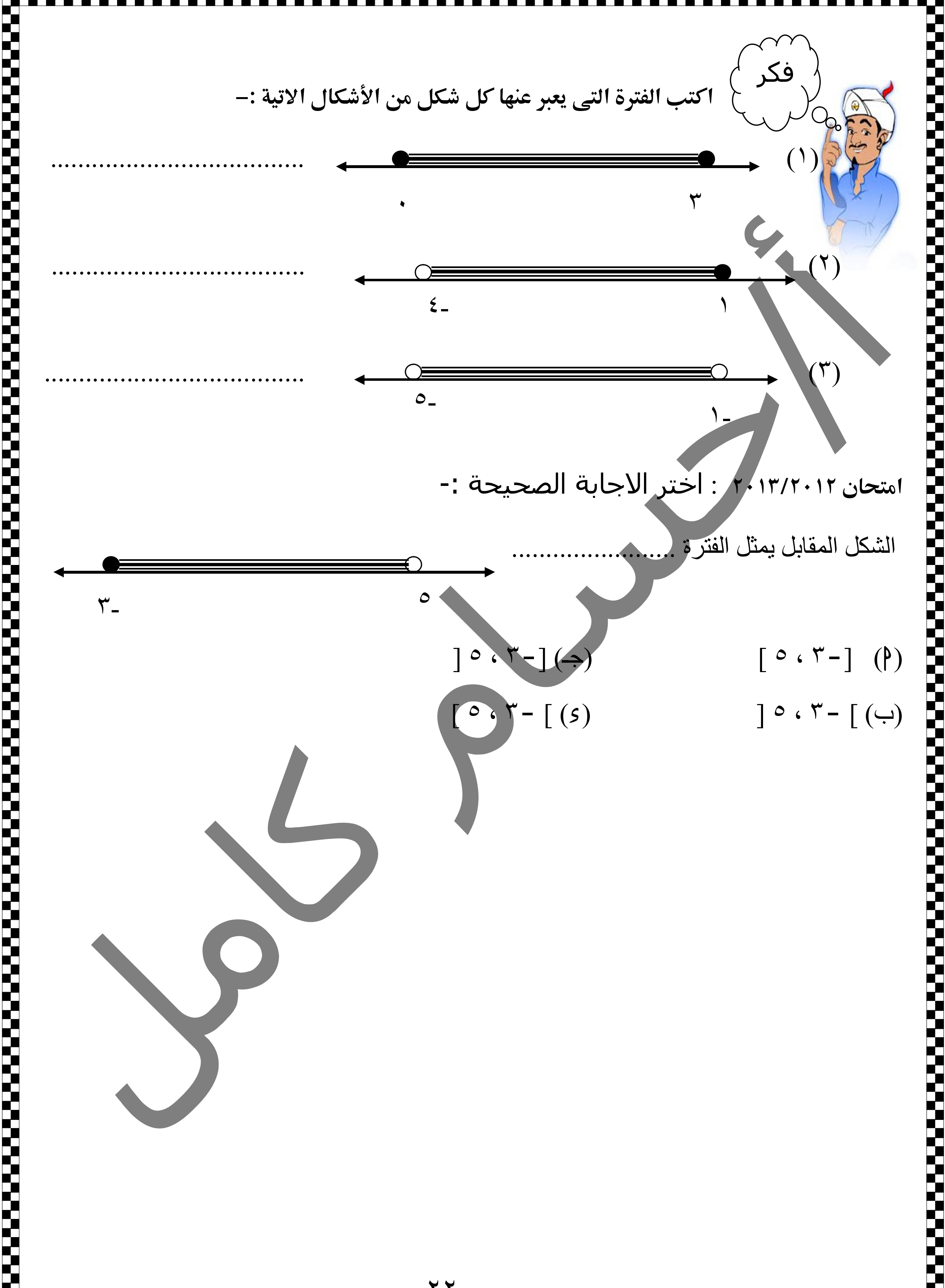
*** أكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الاتية ومثل كلا منها على خط الأعداد :-**

(١) { س : س ∋ ح ، -٢< س < ١ } = ...

(٢) { س : س ∋ ح ، -٢ ≥ س < ٣ } = ...

(٣) {س: س∋ ح ، ٠ ≥ س ≥ ٤ } = ...

(٤) { س : س ∋ ح ، -٥ > س ≥ -١ } = ...



اكتب الفترة التى يعبر عنها كل شكل من الأشكال الاتية :-

(١) ....

٠ ٣

(٢) ....

-٤ ١

(٣) ....

-٥ -١

امتحان ٢٠١٣/٢٠١٢ : اختر الاجابة الصحيحة :-

الشكل المقابل يمثل الفترة ....

-٣ ٥

(أ) [-٣ ، ٥ [(جـ) [-٣ ، ٥]

(ب)] -٣ ، ٥ [(ء)] -٣ ، ٥]





١ مثل الفترات الاتية على خط الأعدادثم اكتبها بطريقة الصفة المميزة :-

(أ) [-١ ، ٣] (جـ)]-٢ ، ٢[



(ب)]٠ ، ٤[(د)]-٥ ، ٣]

٢ اكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الاتية ثم مثلها على خط الأعداد :-

(أ) { س : س ∈ ح ، -١< س < ٤ }

(ب) { س : س∈ ح ، ١≤ س ≤ ٥ }

(جـ) { س : س ∈ ح، -٣< س ≤ ٤ }

(د) { س : س ∈ ح ، -٥ ≤ س < -١ }

٣ اكتب الفترة التى يعبر عنها كل شكل من الأشكال الاتية :-

(أ)



(ب)

-١ ... ٤

(جـ)



(د)

-٣ ... ٢

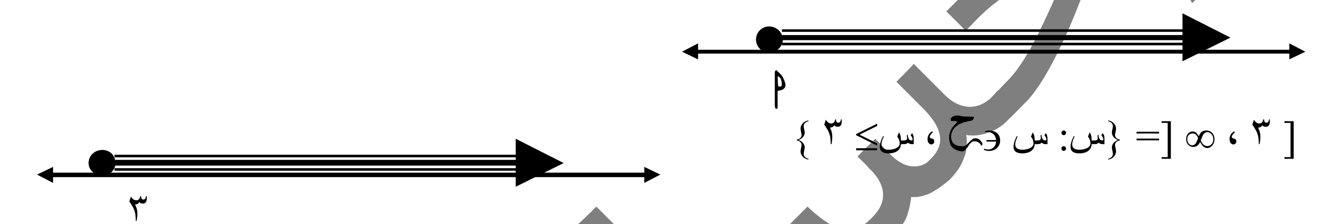
الفترات غير المحدودة

❁ <u>الرمزان ∞ ، - ∞</u>

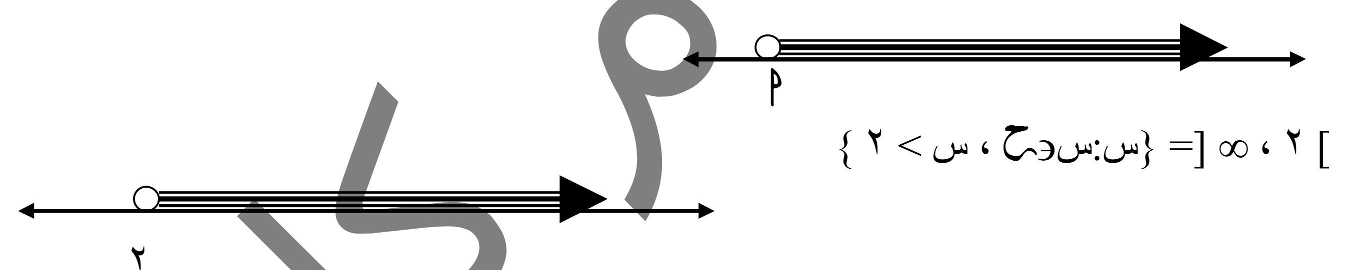
∞ " يقرأ لا نهاية " وهو يعنى أكبر من أى عدد حقيقى يمكن تصوره . وتأخذ الرمز > أو ≤

- ∞ "يقرأ سالب لا نهاية" وهو يعنى أصغر من أى عدد حقيقى يمكن تصوره . وتأخذ الرمز< أو≥

(١) [م ، ∞ [= {س: س ∋ ح ، س ≤ م } وهى تعبر عن العدد م وجميع الأعداد الحقيقية الأكبر منه .



(٢)] م ، ∞ [= {س:س∋ح ، س > م } وهى تعبر عن جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من م



(٣)] - ∞ ، م]={س:س∋ح،س≥ م} وهى تعبر عن العدد م وجميع الأعداد الحقيقية الأصغر منه .

م

] - ∞ ، ٥]={س:س∋ح ، س≥ ٥}

٥

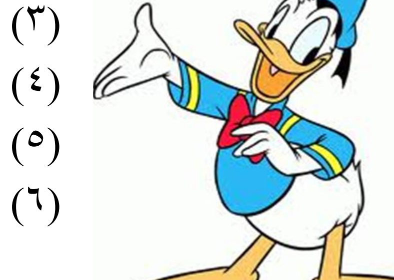
(٤)] - ∞ ،م[={س : س∋ح ، س <م } وهى تعبر عن جميع الأعداد الحقيقية الأقل من م

م

] - ∞ ،٢ [={س : س∋ ح ، س < ٢ }

٢





(١) مجموعة الأعداد الحقيقية ح =] - ∞ ، ∞[

(٢) مجموعة الأعداد الحقيقية ح = ن ∪ ن/

(٣) مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة ح+ =] ٠ ، ∞ [

(٤) مجموعة الاعداد الحقيقية السالبة ح- =] - ∞ ، ٠ [

(٥) مجموعة الاعداد الحقيقية غير السالبة = [٠ ، ∞ [

(٦) مجموعة الاعداد الحقيقية غير الموجبة =] - ∞ ، ٠]

تدريب

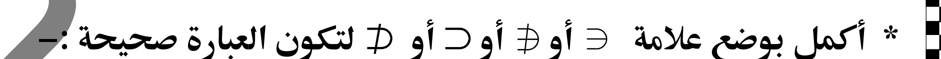
اكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الأتية ثم مثلها على خط الأعداد:-

(١) {س: س ∈ ح ، س ≤ ٢ } = ...

(٢) {س : س∈ ح ، س > -٢} = ...

(٣) {س:س∈ح ، س < -٧ }= ....

(٤) {س:س∈ح ، س≥ $\sqrt[3]{-8}$ }= ....



*** أكمل بوضع علامة ∈ أو ∉ أو ⊂ أو ⊄ لتكون العبارة صحيحة :-**

(١) ٣ x ١٠^١٠ ....] ٣ ، ∞ [

(٢)] ٠ ، ٢ [..........] ٠ ، ∞ [

(٣) [-٣ ، ١] ....] ٢ ، ∞ [

تمارين (٦)

١ اكتب الفترات الأتية بطريقة الصفة المميزة ثم مثلها على خط الأعداد:-

(أ) [٣ ، ∞ [(ب)] - ∞ ، ٤]

(جـ) [١ ، ∞ [(ء)] - ∞ ، ٢ [

٢ اكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الاتية ثم مثلها على خط الأعداد :-

(أ) سـ = {س : س ∈ ح ، س ≤ ١ }

(ب) سـ = {س : س ∈ ح ، س > - ٢ }

(جـ) سـ = {س : س ∈ ح ، س ≥ - ٤}

(ء) سـ = {س : س ∈ ح ، س < ٢}

٣ أكمل بوضع علامة ∈ أو ∉ أو ⊂ أو ⊄ لتكون العبارة صحيحة :-

(أ) ٣ ....] - ∞ ، ٤ [(ب) [١ ، ٢] ....] -١ ، ∞ [

(جـ) -٥ ....] - ∞ ، -٦ [(ء)] ٠ ، ٢ [........] ٠ ، ∞ [

٤ اختر الإجابة الصحيحة :-

(أ) ح = ...

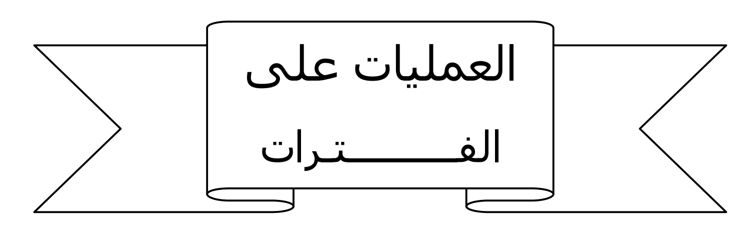
(١)] ٠ ، ∞ [(٢)] - ∞ ، ٠]   (٣)] - ∞ ، ∞ [(٤)] - ∞ ، ٠ [

(ب) -٣ ....] - ∞ ، ٠ [

(١) ∈   (٢) ∉   (٣) ⊂   (٤) ⊄

(جـ)] ٠ ، ٢ [........] ٤ ، ∞ [

(١) ∈   (٢) ∉   (٣) ⊂   (٤) ⊄



* حيث أن الفترات مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية ح فإنه يمكن إجراء عمليات الإتحاد والتقاطع والفرق والمكملة بالاستعانة بخط الأعداد .

الاتحاد ﺃ ∪ ب = جميع العناصر الموجودة فى الفترتين.

التقاطع ﺃ ∩ ب = جميع العناصر المشتركة بين الفترتين.

الفرق ﺃ - ب = جميع العناصر الموجودة فى ﺃ وغير موجودة فى ب.

المكملة مكملة فترة هى الفترة المتبقية من مجموعة الأعداد الحقيقية

مثال١ إذا كان س = [٢ ، ٥ [، ص = [-١ ، ٣ [أوجد مستعينا بخط الأعداد كل من :

(١) س ∪ ص　　　(٣) س - ص

(٢) س ∩ ص　　　(٤) ص - س

الحل



(١) س ∪ ص = [-١ ، ٥ [　" أول رقم واخر رقم"

(٢) س ∩ ص = [٢ ، ٣ [　" الرقمان المشتركان "

(٣) س - ص = [٣ ، ٥ [　"نعكس قوس العدد الداخلى"

(٤) ص - س = [-١ ، ٢ [　"نعكس قوس العدد الداخلى"

ملاحظات

(١) الإتحاد بين مجموعة وفترة مفتوحة ومتشابهين فى العدد يغلق الفترة المفتوحة

(أ)]–١ ، ٣[∪ {–١ ، ٣} = [–١ ، ٣]

(ب)]٠ ، ∞[∪ {٠} = [٠ ، ∞[

(٢) الفرق بين فترة مغلقة ومجموعة يفتح الفترة للأعداد المتشابهة

(أ) [–١ ، ٣] – {–١ ، ٣} =]–١ ، ٣[

(ب) [٠ ، ٢] – {٢} = [٠ ، ٢[

مثال٢

إذا كان سـ = [–١ ، ٤] ، صـ = [٣ ، ∞[، ع = {٤ ، ٣} أوجد مستعينا بخط الأعداد كل من :-

(١) سـ ∪ صـ　　(٤) صـ – سـ　　(٧) سـ – ع

(٢) سـ ∩ صـ　　(٥) سـَ　　(٨) صـ – ع

(٣) سـ – صـ　　(٦) صـَ　　(٩) صـ ∩ ع

الحل

سـ – صـ

-∞　　–١　　٣　　٤　　∞

سـ ∩ صـ　　صـ – سـ

(١) سـ ∪ صـ = ...　　(٣) سـ – صـ = ...

(٢) سـ ∩ صـ = ...　　(٤) صـ – سـ = ...

سـ

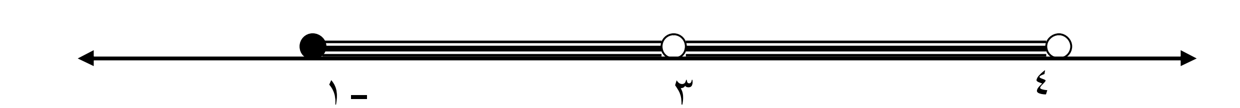
-∞　　–١　　٤　　∞

(٥) سـَ = ... ∪ ....

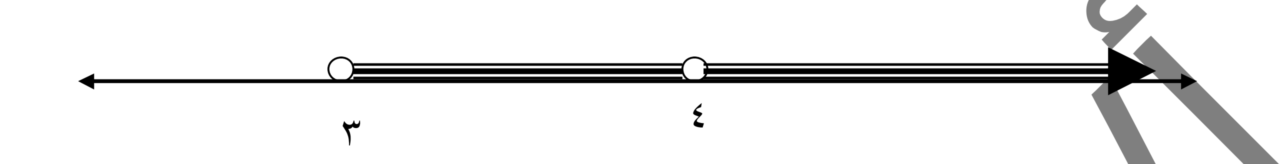
صـَ　　صـ

٣

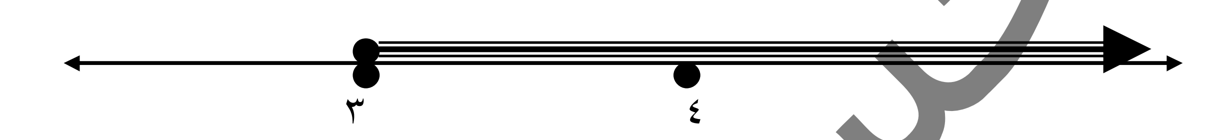
(٦) صـَ = ...



(٧) س – ع = [-١، ٤] – { ٤ ، ٣ } = [-١، ٤ [– { ٣ }

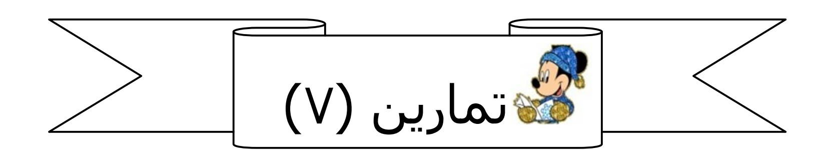


(٨) ص – ع =] ٣، ∞ [– { ٤ ، ٣ } =] ٣، ∞ [– { ٤ }



(٩) ص ∩ ع = [٣، ∞ [∩ { ٤ ، ٣ } = { ٤ ، ٣ }





تمارين (٧)

١ اكمل الجدول الاتى :-

الفترة	التعبير بصورة الصفة المميزة	تمثيلها على خط الأعداد
[−١ ، ٢]		
]−١ ، ٣[		
		←——→
	{س : س ∈ ح ، س > −١ }	
		←●——○→ (−٢ ، ٣)
	{س : س ∈ ح ، س ≤ ٥ }	

٢ اختر الإجابة الصحيحة :-

(١) [٢ ، ٧] − {٢ ، ٧} = ... (أ) [١ ، ٦] (ب) ∅ (ج)]٢ ، ٧[(د) {٠}

(٢) [٠ ، ٥] ∪ [٣ ، ٨[= .... (أ)]٣ ، ٥] (ب) [٣ ، ٥] (ج) [٠ ، ٨] (د) [٠ ، ٨[

(٣) [١ ، ٥] ∩]−٢ ، ٣] = ... (أ) {١ ، ٣} (ب)]١ ، ٣[(ج) [١ ، ٣] (د) [١ ، ٣[

(٤)]−١ ، ٢[− [١ ، ٤] = ... (أ)]−١ ، ١[(ب) {−١ ، ١} (ج)]−١ ، ١] (د) [−١ ، ١]

٣ إذا كان س = [٢ ، ∞[، ص =]−٢ ، ٣[أوجد مستعينا بخط الأعداد كل من :-

(١) س ∪ ص

(٢) س ∩ ص

(٣) س − ص

(٤) ص − س

(٥) سَ

(٦) صَ





العمليات على الأعداد الحقيقيــة

خواص عملية الجمع فى ح

(١) **خاصية الانغلاق** :- مجموع أى عددين حقيقيين هو عدد حقيقى

إذا كان أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن أ + ب ∈ ح ⟸ ٢√٥ + ٤√٥ = ٦√٥ ∈ ح

****

(٢) **خاصية الإبدال** :- عملية جمع الأعداد الحقيقية عملية أبدالية

إذا كان أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن أ + ب = ب + أ ⟸ ٢ + √٥ = √٥ + ٢

****

(٣) **خاصية التجميع (الدمج)** :- لاى ثلاث أعداد حقيقية أ ، ب ، جـ فإن :-

أ + ب + جـ = (أ + ب) + جـ = أ + (ب + جـ)

****

(٤) **العنصر المحايد الجمعى** :- الصفر هو العنصر المحايد الجمعى فى ح

لأن أ + صفر = صفر + أ = أ

****

(٥) **المعكوس الجمعى** لكل عدد حقيقى أ يوجد معكوس جمعى – أ ويكون أ + (– أ) = صفر

العدد ٥√٣ معكوسه الجمعى – ٥√٣ ⟸ – ٥√٣ + ٥√٣ = صفر

لاحظ أن المعكوس الجمعى للعدد صفر هو صفر

خواص عملية الضرب فى ح

(١) **خاصية الاغلاق** حاصل ضرب أى عددين حقيقيين هو عدد حقيقى

إذا كان أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن أ × ب ∈ ح ⟸ ٥ × √٣ = ٥ √٣ ∈ ح

****

(٢) **خاصية الإبدال** عملية ضرب الأعداد الحقيقية عملية أبدالية

إذا كان أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن أ × ب = ب × أ ⟸ ٢ × √٥ = √٥ × ٢ = ٢ √٥

****

(٣) **خاصية التجميع (الدمج)** لاى ثلاث أعداد حقيقية أ ، ب ، جـ فإن

أ × ب × جـ = (أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ)

مثلا ٤ × √٣ × ٢٥ = (٤ × ٢٥) × √٣ = ١٠٠ √٣

****

(٤) **العنصر المحايد الضربى** الواحد هو العنصر المحايد الضربى فى ح

لأن أ × ١ = ١ × أ = أ

****

(٥) **المعكوس الضربى** لكل عدد حقيقى أ ≠ صفر يوجد معكوس ضربى هو ١/أ

العدد ٥ معكوسه الضربى ١/٥

ملاحظة

(١) المعكوس الضربى للعدد واحد هو واحد

(٢) الصفر ليس له معكوس ضربى

توزيع الضرب على الجمع : لاى ثلاث أعداد حقيقية ؏ ، ب ، جـ فإن

$$؏ \times (ب + جـ) = ؏ \times ب + ب \times جـ$$

مثلا $٢ \times (٣ + \sqrt{٥}) = ٢ \times ٣ + ٢ \times \sqrt{٥} = ٦ + ٢\sqrt{٥}$

*** أكتب بحيث يكون المقام عدد صحيح** :-

(١) $\frac{٨}{٣\sqrt{٢}}$ (٢) $\frac{٢٥}{٢\sqrt{١٠}}$

الحل

(١) $\frac{٨ \times \sqrt{٢}}{٣\sqrt{٢} \times \sqrt{٢}} = \frac{٨ \times \sqrt{٢}}{٣ \times ٢} = \frac{٤\sqrt{٢}}{٣}$

(٢) $\frac{٢٥}{٢\sqrt{١٠}}$ = ... = ...

* إذا كان س = $\sqrt{١٠}$ +٢ ، ص = $\sqrt[٣]{٢٦}$ – ١ اعط تقديرا لحاصل الضرب س $\times$ ص واستخدم الالة الحاسبة لايجاد الفرق بين تقديرك والاجابة الصحيحة .

الحل

تقدير $\sqrt{١٠}$ = ٣ ⟸ تقدير س = $\sqrt{١٠}$ +٢ = ٣+٢ = ٥

تقدير $\sqrt[٣]{٢٦}$ = ٣ ⟸ تقدير ص = $\sqrt[٣]{٢٦}$ – ١ = ٣ – ١ = ٢

تقدير س $\times$ ص = ٥ $\times$ ٢ = ١٠

بالالة الحاسبة س $\times$ ص = ($\sqrt{١٠}$ +٢) $\times$ ($\sqrt[٣]{٢٦}$ – ١) = ١٠.١٣٠٩٤٩٦١ ∴ التقدير مقبول

*** اختصر لأبسط صورة :-**

(١) $-\sqrt{٣}\,(-٥-\sqrt{٣})$

(٣) $(\sqrt{٣}+٢)(\sqrt{٣}-١)$

(٢) $(\sqrt{٢}+١)(\sqrt{٢}-١)$

(٤) $\sqrt{٥}\,(٣-\sqrt{٥})-٢\,(١+\sqrt{٥})$

الحل

(١) $-\sqrt{٣}\,(-٥-\sqrt{٣}) = -\sqrt{٣}\times -٥ - \sqrt{٣}\times -\sqrt{٣} = ٥\sqrt{٣}+٣$

==================

(٢) $(\sqrt{٢}+١)(\sqrt{٢}-١) = \sqrt{٢}\times\sqrt{٢} - \sqrt{٢}\times ١ + ١\times\sqrt{٢} + ١\times -١$

$= ٢ - \sqrt{٢} + \sqrt{٢} - ١ = ٢ - ١ = ١$

حاول بنفسك

======================



(٣) $(\sqrt{٣}+٢)(\sqrt{٣}-١) =$

=========================

(٤) $\sqrt{٥}\,(٣-\sqrt{٥})-٢\,(١+\sqrt{٥}) =$



١ أكمل لتحصل على عبارة صحيحة :-

(١) $\sqrt{٢} + ٥ = ٥ + ...$

(٥) $٣ \times \sqrt{٥} = \sqrt{٥} \times ....$

(٢) $\sqrt{١١} + (-\sqrt{١١}) = ...$

(٦) $\sqrt{٧} \times \sqrt{٧} = ...$

(٣) المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt[٣]{٨}$ هو ....

(٧) المحايد الضربي في ح هو ....

(٤) $٧ + \sqrt{٥} - ٣ = ...$

(٨) $٢\sqrt{٥} \times ٣\sqrt{٥} = ...$

٢ اختر الإجابة الصحيحة :-

(١) $٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٣} = ...$ [$٥\sqrt{٦}$ ، $٥\sqrt{٣}$ ، $٦\sqrt{٣}$ ، $٥\sqrt[٣]{٣}$]

(٢) $٥ + ٧\sqrt{٢} - ٤ + \sqrt{٢} = ...$ [١٥ ، $١ + ٧\sqrt{٢}$ ، $١ + ٨\sqrt{٢}$ ، $١ + ٧\sqrt{٢}$]

(٣) $-٢\sqrt{٣} \times \sqrt{٣} = ...$ [-٦ ، $-٢\sqrt{٣}$ ، $٢\sqrt{٣}$ ، ٦]

(٤) $\frac{٦}{\sqrt{٣}} = ...$ [$\sqrt{٢}$ ، $٢\sqrt{٣}$ ، $٦\sqrt{٣}$ ، ٢]

٣ اختصر لأبسط صورة :-

(١) $\sqrt{٢}\,(٥ + \sqrt{٢})$

(٢) $٢\sqrt{٣} + ٥ + \sqrt{٣} - ٦$

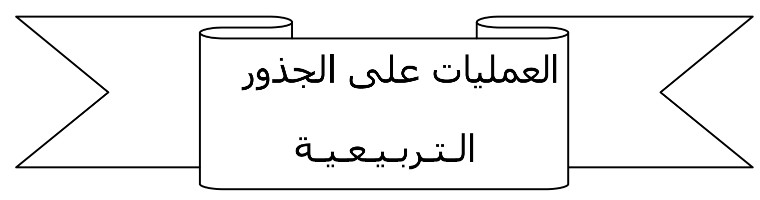
(٣) $٢\sqrt{٧} - ٣\sqrt{٢} + \sqrt{٧} + ٥\sqrt{٧}$

٤ إذا كان أ = $\sqrt{٣} + ٢$ ، ب = $\sqrt{٣} - ٢$ أوجد قيمة :-

(١) أ + ب [$٢\sqrt{٣}$]

(٢) أ − ب [٤]

(٣) أ ب [−١]



إذا كان أ، ب عددين حقيقيين غير سالبين فإن :-

(١) $\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} = \sqrt{أب} \Leftarrow \sqrt{٢} \times \sqrt{٣} = \sqrt{٦}$

(٢) $\sqrt{أب} = \sqrt{أ} \times \sqrt{ب} \Leftarrow \sqrt{٢٠} = \sqrt{٤ \times ٥} = \sqrt{٤} \times \sqrt{٥} = ٢\sqrt{٥}$

(٣) $\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} \Leftarrow \sqrt{\frac{٥}{٩}} = \frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٩}} = \frac{\sqrt{٥}}{٣}$

ملاحظة إذا وجد كسر تحت الجذر التربيعى فاننا ندخل العدد الذى يوجد خارج الجذر التربيعى تحت الجذر التربيعى .

$٦\sqrt{\frac{١}{٢}} = \sqrt{٣٦ \times \frac{١}{٢}} = \sqrt{١٨} = \sqrt{٩ \times ٢} = ٣\sqrt{٢}$

*** اختصر لأبسط صورة :-** $٢\sqrt{٥} + ٦\sqrt{\frac{١}{٣}} - \sqrt{١٢} - ٥\sqrt{\frac{١}{٥}}$

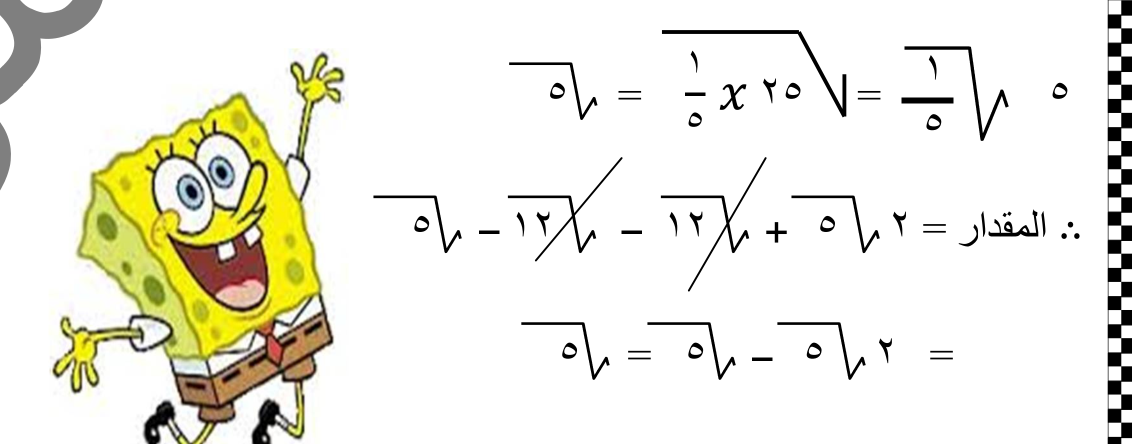


$٦\sqrt{\frac{١}{٣}} = \sqrt{٣٦ \times \frac{١}{٣}} = \sqrt{١٢}$

$٥\sqrt{\frac{١}{٥}} = \sqrt{٢٥ \times \frac{١}{٥}} = \sqrt{٥}$

$\therefore$ المقدار $= ٢\sqrt{٥} + \sqrt{١٢} - \sqrt{١٢} - \sqrt{٥}$

$= ٢\sqrt{٥} - \sqrt{٥} = \sqrt{٥}$



(٢) $٢\sqrt{٢٧} - \frac{١٥}{\sqrt{٣}} + ٦\sqrt{\frac{١}{٣}}$





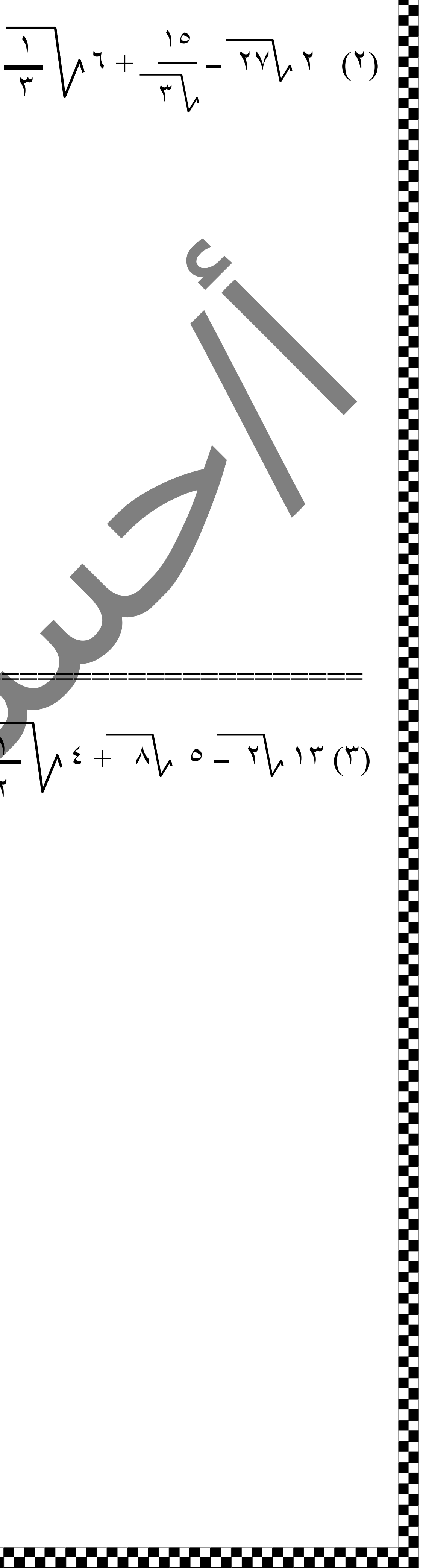
الحل

---

(٣) $١٣\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٨} + ٤\sqrt{\frac{١}{٢}}$

حاول بنفسك

الحل



العددان المترافقان

كل من العددين $\sqrt{\text{أ}} + \sqrt{\text{ب}}$ ، $\sqrt{\text{أ}} - \sqrt{\text{ب}}$ يعتبر مرافقا للعدد الاخر .

مجموعهما = ضعف الحد الأول

$$= \sqrt{\text{أ}} + \sqrt{\text{ب}} + \sqrt{\text{أ}} - \sqrt{\text{ب}} = \text{٢}\sqrt{\text{أ}}$$

حاصل ضربهما = مربع الأول – مربع الثانى

$$= (\sqrt{\text{أ}} + \sqrt{\text{ب}})(\sqrt{\text{أ}} - \sqrt{\text{ب}}) = (\sqrt{\text{أ}})^{\text{٢}} - (\sqrt{\text{ب}})^{\text{٢}} = \text{أ} - \text{ب}$$

مثال

العدد $\text{٢}\sqrt{\text{٣}} + \sqrt{\text{٢}}$ مرافقه $\text{٢}\sqrt{\text{٣}} - \sqrt{\text{٢}}$

مجموعهما $= \text{٢}\sqrt{\text{٣}} + \sqrt{\text{٢}} + \text{٢}\sqrt{\text{٣}} - \sqrt{\text{٢}} = \text{٤}\sqrt{\text{٣}}$

حاصل ضربهما $= (\text{٢}\sqrt{\text{٣}} + \sqrt{\text{٢}})(\text{٢}\sqrt{\text{٣}} - \sqrt{\text{٢}})$

$$= (\text{٢}\sqrt{\text{٣}})^{\text{٢}} - (\sqrt{\text{٢}})^{\text{٢}} = \text{١٢} - \text{٢} = \text{١٠}$$

==============================

تذكر

❁ مربع مقدار ذى حدين = $(\text{الأول})^{\text{٢}} + \text{٢} \times \text{الأول} \times \text{الثانى} + (\text{الثانى})^{\text{٢}}$



$$(\text{س} + \text{٣})^{\text{٢}} = \text{س}^{\text{٢}} + \text{٢} \times \text{س} \times \text{٣} + \text{٣}^{\text{٢}} = \text{س}^{\text{٢}} + \text{٦س} + \text{٩}$$

$$(\text{أ} - \text{ب})^{\text{٢}} = \text{أ}^{\text{٢}} - \text{٢أب} + \text{ب}^{\text{٢}}$$

مثال

إذا كان $م = \sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ ، $ب = \frac{١}{\sqrt{٣} + \sqrt{٢}}$ إثبت أن م، ب مترافقان

ثم أوجد قيمة $م^{٢} - ب^{٢}$.

الحل

$$ب = \frac{١ \times (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})}{(\sqrt{٣} + \sqrt{٢}) \times (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})}$$ بالضرب فى مرافق المقام

$ب = \frac{\sqrt{٣} - \sqrt{٢}}{٣ - ٢} = \sqrt{٣} - \sqrt{٢}$ ∴ م ، ب مترافقان

$$م^{٢} = (\sqrt{٣} + \sqrt{٢})^{٢} = (\sqrt{٣})^{٢} + ٢ \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٢} + (\sqrt{٢})^{٢}$$

$$= ٣ + ٢\sqrt{٦} + ٢ = ٥ + ٢\sqrt{٦}$$

$$ب^{٢} = (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})^{٢} = (\sqrt{٣})^{٢} - ٢ \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٢} + (\sqrt{٢})^{٢}$$

$$= ٣ - ٢\sqrt{٦} + ٢ = ٥ - ٢\sqrt{٦}$$

$$م^{٢} - ب^{٢} = (٥ + ٢\sqrt{٦}) - (٥ - ٢\sqrt{٦}) = ٥ + ٢\sqrt{٦} - ٥ + ٢\sqrt{٦} = ٤\sqrt{٦}$$

==============================

مثال

إذا كان $س = \sqrt{٣} - ١$ ، $ص = \sqrt{٣} + ١$ أوجد قيمة المقدار $س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}$

الحل

المقدار $س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢} = (س + ص)^{٢}$

$$= (\sqrt{٣} - ١ + \sqrt{٣} + ١)^{٢} = (٢\sqrt{٣})^{٢}$$

$$= ٤ \times ٣ = ١٢$$



١ اختر الاجابة الصحيحة :-

(١) $\sqrt{٥٠} - \sqrt{١٨} - \sqrt{٢} =$ .... [$\sqrt{٣٠}$ ، $\sqrt{٢}$ ، ٢ ، $٢\sqrt{٢}$]

(٢) $(\sqrt{٧} - \sqrt{٥})(\sqrt{٧} + \sqrt{٥}) =$ .... [٢ ، ١٢ ، $٢\sqrt{٧}$ ، $-٢\sqrt{٥}$]

(٣) المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٣}}{٦} =$ ..... [$-\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ ، $٦\sqrt{٣}$ ، $٢\sqrt{٣}$ ، $-٢\sqrt{٣}$]

٢ أكمل ما يأتى :-

(١) إذا كانت س = ٣ + $\sqrt{٢}$ فإن مرافقه هو .... وحاصل ضربهما ....

(٢) $٣\sqrt{٢} + \sqrt{٨} - \sqrt{١٨} =$ ....

٣ اختصر لأبسط صورة كلا من المقادير الأتية :-

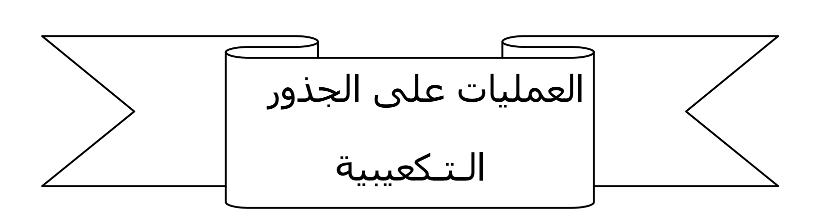
(١) $٢\sqrt{٥٠} - ٣\sqrt{٢} - ٤\sqrt{\frac{١}{٨}}$ [$٦\sqrt{٢}$]

(٢) $٢\sqrt{٦} - ٣\sqrt{\frac{٢}{٣}} + \sqrt{٥٤}$ [$٤\sqrt{٦}$]

(٣) $\sqrt{١٢} + \sqrt{٧٥} - \sqrt{٤٨}$ [$٣\sqrt{٣}$]

(٤) $\sqrt{٥٠} - \sqrt{١٨} + \sqrt{٧٢}$ [$٨\sqrt{٢}$]

٤ إذا كان س = $\sqrt{٣} - \sqrt{٢}$ ، ص = $\sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ أوجد قيمة المقدار $س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}$ [١٢]



(١) $\sqrt[3]{\text{أ}} \times \sqrt[3]{\text{ب}} = \sqrt[3]{\text{أب}}$ ⟸ $\sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{٣} = \sqrt[3]{٦}$

(٢) $\sqrt[3]{\text{أب}} = \sqrt[3]{\text{أ}} \times \sqrt[3]{\text{ب}}$ ⟸ $\sqrt[3]{٨١} = \sqrt[3]{٢٧ \times ٣} = ٣\sqrt[3]{٣}$

(٣) $\sqrt[3]{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}} = \frac{\sqrt[3]{\text{أ}}}{\sqrt[3]{\text{ب}}}$ ⟸ $\sqrt[3]{\frac{٥}{٨}} = \frac{\sqrt[3]{٥}}{\sqrt[3]{٨}} = \frac{\sqrt[3]{٥}}{٢}$

مثال١

ضع على صورة $\text{أ}\sqrt[3]{\text{ب}}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب أصغر قيمة موجبة ممكنة

(١) $\sqrt[3]{-٢١٦٠}$ (٢) $\sqrt[3]{١٧١٥}$ (٣) $\sqrt[3]{٦٨٦}$

الحل

(١) $\sqrt[3]{-٢١٦٠} = \sqrt[3]{-٢١٦ \times ١٠} = -٦\sqrt[3]{١٠}$

(٢) $\sqrt[3]{١٧١٥} = \sqrt[3]{٣٤٣ \times ٥} = ٧\sqrt[3]{٥}$

(٣) $\sqrt[3]{٦٨٦} = \sqrt[3]{٣٤٣ \times ٢} = ٧\sqrt[3]{٢}$



هل يمكن استخدام التحليل فى الحل ؟

أوجد ناتج ما يأتى فى ابسط صورة :-

(١) $\sqrt[٣]{\frac{٣}{٤}} \div \sqrt[٣]{\frac{٢}{٩}}$



(٢) $\frac{١}{٢}\sqrt[٣]{١٠} \times ٦\sqrt[٣]{١٠٠}$

الحل

(٣) اثبت ان :- $\sqrt[٣]{٥٤} \times \sqrt[٣]{١٦} \div (\sqrt[٣]{٤} \times ٦) = ١$



تمارين (١٠)

١ ضع كل مما يأتى على صورة أ $\sqrt[٣]{ب}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب أصغر قيمة موجبة ممكنة

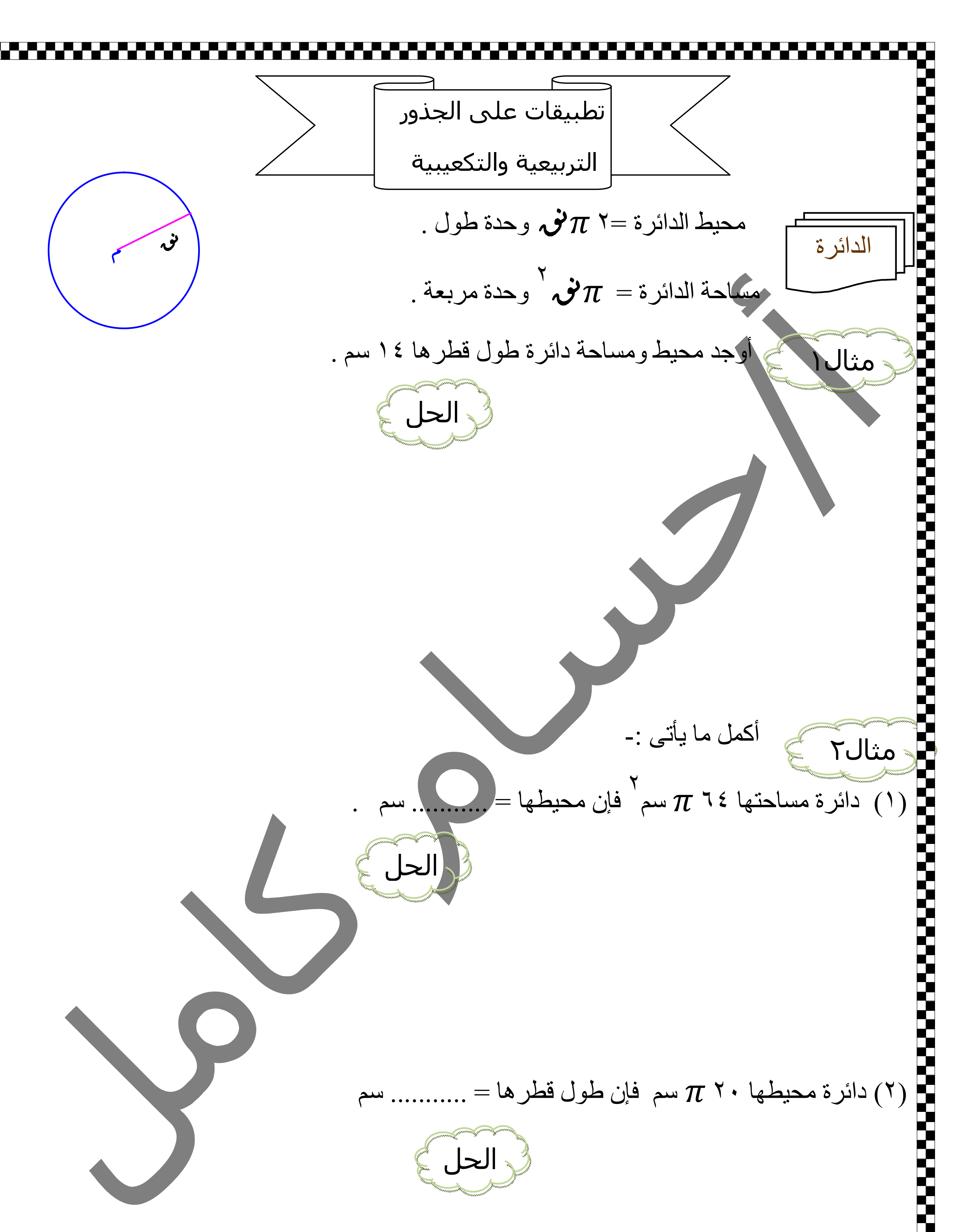
(أ) $\sqrt[٣]{٥٤}$ (ب) $\sqrt[٣]{-١٠٠٠}$ (جـ) $\sqrt[٣]{١٢٨}$

٢ أوجد ناتج ما يأتى فى ابسط صورة :-

(أ) $\sqrt[٣]{١٢٥} - \sqrt[٣]{٢٤}$ (ب) $\sqrt[٣]{٢٥٠} - \sqrt[٣]{١٢٨}$ (جـ) $\sqrt[٣]{\frac{٢}{٥}} \times \sqrt[٣]{\frac{٤}{٢٥}}$

٣ إذا كانت أ = $\sqrt[٣]{٥} + ١$ ، ب = $\sqrt[٣]{٥} - ١$ احسب قيمة $(أ + ب)^{٣}$ [٤٠]

٤ اثبت أن $\sqrt[٣]{١٢٨} + \sqrt[٣]{١٦} - ٢\sqrt[٣]{٥٤}$ = صفر



تطبيقات على الجذور التربيعية والتكعيبية

الدائرة

محيط الدائرة = ٢ π نق وحدة طول .

مساحة الدائرة = π نق^{٢} وحدة مربعة .

مثال١ أوجد محيط ومساحة دائرة طول قطرها ١٤ سم .

الحل

مثال٢ أكمل ما يأتى :-

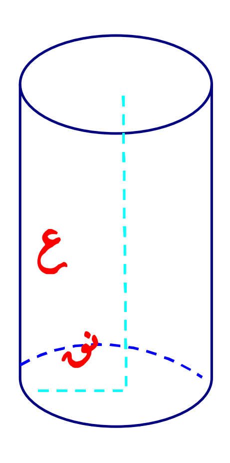
(١) دائرة مساحتها ٦٤ π سم^{٢} فإن محيطها = ... سم .

الحل

(٢) دائرة محيطها ٢٠ π سم فإن طول قطرها = ... سم

الحل

الأسطوانة الدائرية القائمة



(١) المساحة الجانبية = محيط القاعدة $\times$ الإرتفاع

= ٢ π نق ع   وحدة مربعة

(٢) المساحة الكلية = المساحة الجانبية + ٢ $\times$ مساحة القاعدة

= ٢ π نق ع + ٢ π نق^{٢} وحدة مربعة

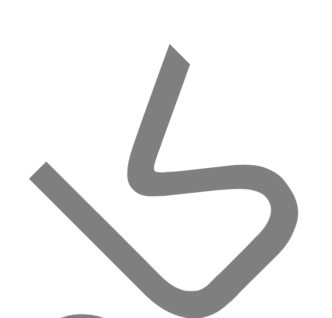
(٣) حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة $\times$ الإرتفاع

= π نق^{٢} ع   وحدة مكعبة

مثال٣ اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ١٤سم وارتفاعها ٢٠سم أوجد :-

(١) حجمها   (٢) مساحتها الكلية

الحل



مثال٤

اسطوانة دائرية قائمة حجمها ٧٥٣٦ سم^{٣} وارتفاعها ٢٤ سم أوجد مساحتها الكلية

(اعتبر π = ٣,١٤)

الحل







(١) حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}\pi$ نق^{٣} وحدة مكعبة

(٢) مساحة سطح الكرة = ٤ π نق^{٢} وحدة مربعة

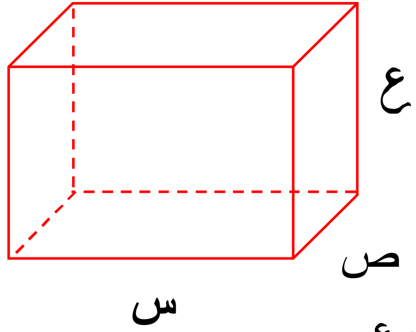
مثال٥ احسب حجم ومساحة كرة طول قطرها ١٠سم .



أكمل :- الكرة التى حجمها $\frac{٩}{٢}\pi$ سم^{٣} يكون طول قطرها .... سم .

الحل

متوازى المستطيلات



تذكر :- محيط المستطيل = (الطول + العرض) x ٢

مساحة المستطيل = الطول x العرض

المساحة الجانبية = محيط القاعدة x الإرتفاع = ٢(س + ص) x ع

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + ٢ x مساحة القاعدة

= ٢(س + ص) x ع + ٢ س ص = ٢ (س ص + ص ع + ع س)

الحجم = الطول x العرض x الإرتفاع = س x ص x ع

مثال٦ متوازى مستطيلات أبعاده ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم إحسب :-

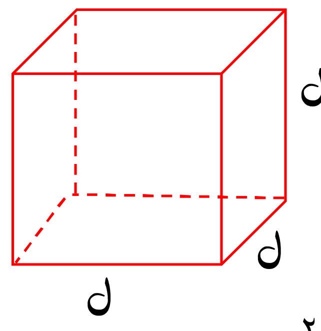
(١) حجمه (٢) مساحته الجانبية والكلية

الحل

==

الأزهر ٢٠١٢/٢٠١٣ :- حجم متوازى المستطيلات الذى أبعاده $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{6}$ يساوى .... سم^{3}

المكعب هو متوازى مستطيلات اطوال أحرفه متساوية فى الطول .



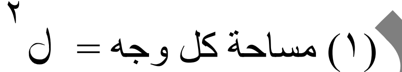
خواصه

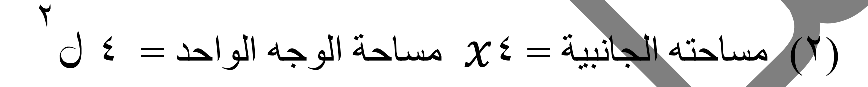
(١) له ٦ أوجه مربعة الشكل .
(٢) له ١٢ حرف متساوية فى الطول
(٣) له ٨ رووس .

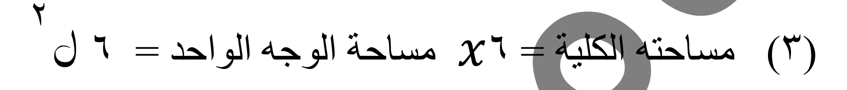
تذكر مساحة المربع = طول الضلع x نفسه = ل x ل = ل^{٢}

محيط المربع = ٤x طول الضلع = ٤ ل

قوانين المكعب إذا كان طول حرفه = ل وحدة طول فإن :-


(١) مساحة كل وجه = ل^{٢}


(٢) مساحته الجانبية = ٤x مساحة الوجه الواحد = ٤ ل^{٢}


(٣) مساحته الكلية = ٦x مساحة الوجه الواحد = ٦ ل^{٢}

(٤) حجمه = طول الحرف x نفسه x نفسه = ل^{٣}



اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :-

(١) العام $\frac{٢٠١٢}{٢٠١٣}$ مكعب حجمه ٨ سم^{٣} فإن طول حرفه = ... سم [٢ ، ٤ ، ٦٤ ، ٣]

(٢)الأزهر $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$ المساحة الكلية لمكعب طول حرفه ٣ سم = ... سم^{٢} [٩ ، ٢٧ ، ٣٦ ، ٥٤]

(٣) مكعب حجمه ٢$\sqrt{٢}$ سم فإن طول حرفه = ... سم [$\sqrt{٢}$ ، ٢ ، ٨ ، ١.٥]

* مكعب حجمه ٢١٦ سم^{٣} احسب مساحته الجانبية .

* مكعب مساحة احد أوجهه سم^{٢} أوجد طول حرفه ثم احسب حجمه .

==

* مكعب مجموع أطوال أحرفه ٦٠ سم أوجد :-

(١) حجمه   (٢) مساحته الجانبية والكلية

الحل

==

* متوازى مستطيلات قاعدته مربعة الشكل طول ضلعه ١٠ سم ومساحته .

* كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم صهرت وحولت الى اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٣ سم احسب ارتفاع الأسطوانة .

الحل

ع

نق

==

* اكمل ما يأتى :-

(١) اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها نق حجمها وارتفاعها ع فإن مساحتها الجانبية تساوى .... وحجمها يساوى ....

(٢) طول نصف قطر اسطوانة دائرية قائمة حجمها ٤٠ π سم^{٣} وارتفاعها ١٠سم يساوى .... سم .

تمارين (١١)

١) مساحة سطح دائرة ومحيطها بدلالة π حيث طول قطرها ١٠ سم .

[المحيط = ١٠ π سم ، المساحة = ٢٥ π سم^{٢}]

٢) دائرة محيطها ٤٤سم احسب طول نصف قطرها . (اعتبر $\frac{٢٢}{٧} = \pi$) [**نق** = ٧ سم]

٣) احسب حجم ومساحة سطح كرة طول قطرها ٦ سم . [الحجم= ٣٦ π سم^{٣}، المساحة =٣٦ π سم^{٢}]

٤) اسطوانة دائرية قائمة حجمها ٩٠ π سم^{٣} وارتفاعها ١٠سم احسب طول نصف قطر قاعدتها

[**نق**= ٣ سم]

٥) أوجد المساحة الكلية لأسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها = $\frac{٧}{\sqrt{٢}}$ سم وارتفاعها ١٠ $\sqrt{٢}$ سم (اعتبر $\frac{٢٢}{٧} = \pi$)

[المساحة الكلية =٥٩٤ π سم^{٢}]

٦) العام $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$ اسطوانة دائرية قائمة حجمها ٧٢ π سم^{٣} وارتفاعها ٨سم احسب طول نصف قطر قاعدتها

[**نق**= ٣ سم]

٧) الأزهر $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$ أوجد طول نصف قطر الكرة التى حجمها $\frac{٩}{٢}\pi$ سم^{٣} . [**نق**= ١,٥ سم]

٨) العام $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$ كرة حجمها $\frac{٩}{١٦}\pi$ سم^{٣} أوجد طول نصف قطرها . [**نق**= $\frac{٣}{٤}$ سم]

٩) العام $\frac{٢٠١٢}{٢٠١٣}$ كرة حجمها $\frac{٩٩٠٠٠}{٧}$ سم^{٣} أحسب طول نصف قطرها .(اعتبر $\frac{٢٢}{٧} = \pi$) [**نق**= ١٥سم]

١٠) متوازى مستطيلات بعد قاعدته ٩ سم ، ١٠ سم ، وارتفاعه ٥ سم أوجد :-

(١) حجمه [٤٥٠سم^{٣}]

(٢) مساحته الجانبية [١٩٠سم^{٢}]

(٣) مساحته الكلية [٣٧٠ سم^{٢}]

١١ مكعب مجموع اطوال احرفه ٣٦ سم احسب :-

(١) حجمه [٢٧سم^{٣}]

(٢) مساحته الجانبية [٣٦سم^{٢}]

(٣) مساحته الكلية [٥٤ سم^{٢}]

١٢ مكعب حجمه ٨ سم^{٣} احسب مساحته الجانبية والكلية . [١٦سم^{٢} ، ٢٤ سم^{٢}]

١٣ كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم صهرت وحولت الى اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٦ سم احسب ارتفاع الأسطوانة. [ع = ٨ سم]

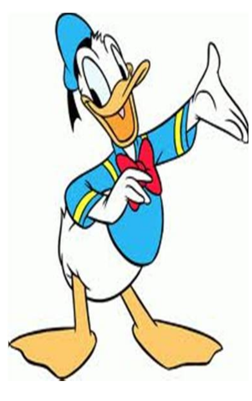
١٤ أيهما أكبر حجماً مكعب طول حرفه ٧ سم أم متوازى مستطيلات أبعاده ٤ سم ، ٥ سم ، ٦ سم .

[المكعب أكبر حجما]

حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ح

اولاً :- حل المعادلات

أوجد فى ح مجموعة حل المعادلات الاتية :-



(١) ٢ س + ٤ = ٣

(٢) √٢ س – ١ = ١

(٣) س – ١ = √٥



(١) ٢ س + ٤ = ٣

(٢) √٢ س – ١ = ١

==

(٣) س – ١ = √٥

ثانياً :- حل المتباينات

خواص التباين :-

(١) إتجاه علامة التباين لا يتغير إذا:
- أضيف أو طرح من طرفيها عدد ثابت .
- ضرب طرفيها فى عدد موجب أو قسم طرفيها على عدد موجب.

(٢) إتجاه علامة التباين يتغير إذا ضرب طرفيها فى عدد سالب أو قسم طرفيها على عدد سالب.

مثلا $٧ > -٢$ بالضرب $\times -٣ \Longleftarrow ٧ \times -٣ < -٢ \times -٣ \Longleftarrow -٢١ < ٦$

أوجد مجموعة حل المتباينات الاتية ومثل الحل على خط الأعداد :-

(١) $١ - ٥$ س < ٦

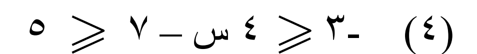
(٢) $\frac{١}{٢}$ س $+ ١ \leqslant ٢$

الحل

(١) $١ - ٥$ س < ٦

(٢) $\frac{١}{٢}$ س $+ ١ \leqslant ٢$

(٣) -١ ⩽ ٢س +١ < ٥

(٤) 

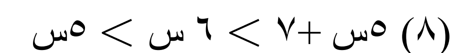


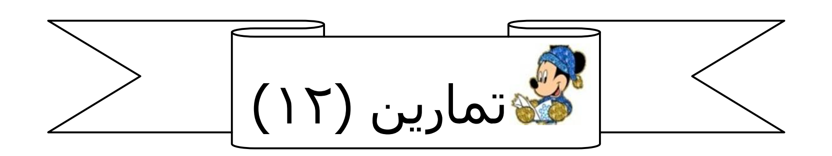
(٥) ١ ⩽ ٣- ٢س < ٥

(٦) ٣− ٤س ⩽ س −٢











١ أوجد فى ح مجموعة حل المعادلات الاتية :-



(١) ٥ س +٦ = ١ $\{ \frac{-١}{٥} \}$

(٢) ٢ س – ٣ = ٤ $\{ \frac{٧}{٢} \}$

(٣) $\sqrt{٣}$ س – ٢ = ١ $\{ \sqrt{٣} \}$

٢ أوجد فى ح مجموعة حل المتباينات الاتية ومثل الحل على خط الأعداد:-

(١) ٣س – ١ < ٥ ‏]-∞، ٢[

(٢) ٢ س + ٥ ⩽ ٣ ‏]-∞، -١]

(٣) ٢ س + ٣ ⩾ ١ ‏ [-١، ∞[

(٤) ٥ – س > ٣ ‏]-∞ ، ٢[

(٥) -٥ ⩽ ٢ س – ٣ ⩽ ١ ‏ [-١، ٢]

(٦) ٤ < ٣س + ٤ < ٧ ‏]٠، ١[

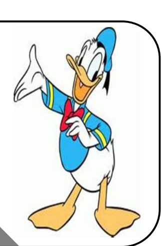
(٧) ١ < ٥ – س ⩽ ٣ ‏ [٢، ٤[

(٨) ٥س -٣ < ٢س +٩ ‏]-∞ ، ٤[

(٩) س ⩽ ٢س – ١ ⩽ س +٣ ‏ [١ ، ٤]

(١٠) ٤س ⩽ ٥س + ٢ < ٤س + ٣ ‏ [-٢، ١[

العلاقة بين متغيرين



الصورة العامة للعلاقة بين المتغيرين س ، ص تكون على الصورة :-



م س + ب ص = جـ ويمثلها بيانيا خط مستقيم .

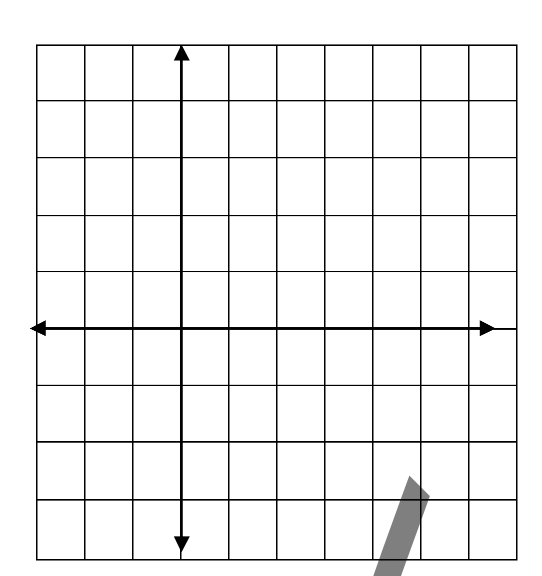
مثال ١ أوجد اربعة ازواج مرتبة تحقق العلاقة س – ٢ص = ٥ ومثلها بيانيا .

الحل

نحصل على احد المتغيرين بدلالة الاخر ثم نفرض قيم للمتغير الذى على اليسار

س – ٢ص = ٥ ⟸ س = ٢ ص + ٥

س	....	....	.....	....	....
ص	٢-	١-	٠	١



س = ٢ x ص + ٥

عندما ص =- ٢ ⟸ س = ٢ x ......+ ٥ = ... +..... = ...

عندما ص =- ١ ⟸ س = ٢ x ......+ ٥ = ... +..... = ...

عندما ص = ٠ ⟸ س = ٢ x ......+ ٥ = ... +..... = ...

عندما ص = ١ ⟸ س = ٢ ......+ ٥ = ... +..... = ...

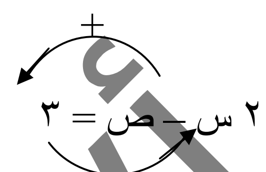
حاول بنفسك



مثال ٢

مثل بيانيا العلاقة ٢ س – ص = ٣

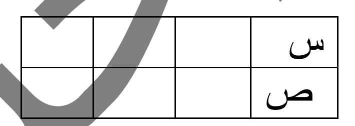




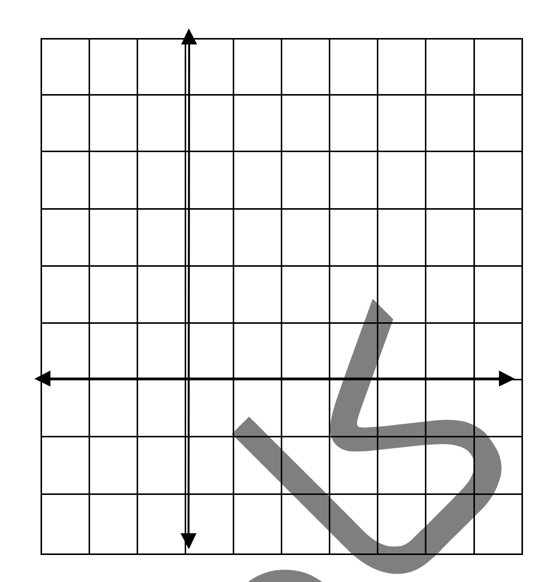
⟸ ٢ س – ٣ = ص

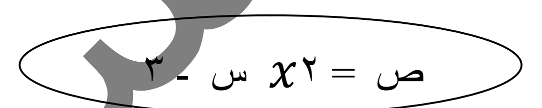
ص = ٢س - ٣

ونفرض قيم للمتغير س " لأنه على اليسار "



س			
ص			





عندما س = ...

ص = ٢ x .... – ٣ = ... – ..... = ...

عندما س = ...

ص = ٢ x .... – ٣ = ... – ..... = ...

عندما س = ...

ص = ٢ x .... – ٣ = ... – ..... = ...

مثال ٣

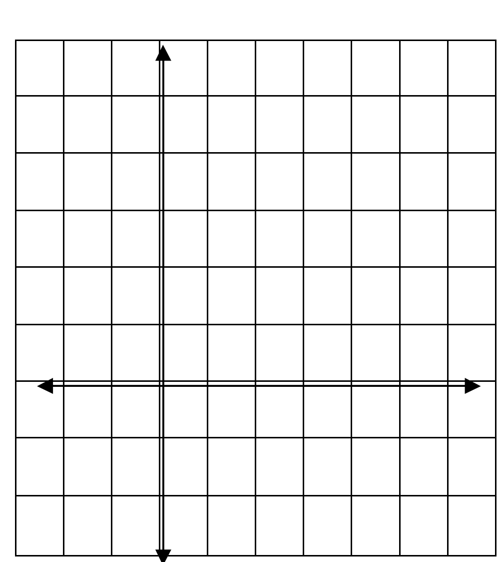
مثل بيانياً العلاقات الأتية :-

(١) ص = ٣ (٢) س = ٢

الحل

ص = ٣

س = ٢



****

مثال ٤

إذا كانت (-٣ ، ٢) تحقق العلاقة ٣ س + ب ص = ١ أوجد قيمة ب .

الحل

ملاحظة



لإ يجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور :-



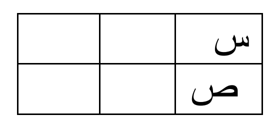
(١) السينات نضع ص = ٠

(٣)الصادات نضع س = ٠

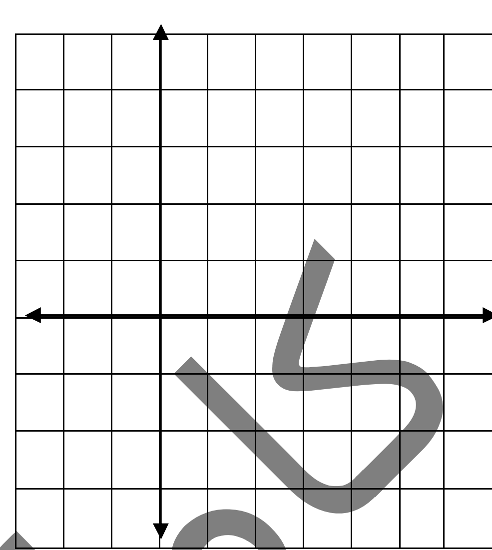
مثل بيانيا المستقيم الذى يمثل العلاقة ٢ س + ٣ ص = ٦ وإذا كان هذا المستقيم يقطع محور السينات فى النقطة ﻡ ويقطع محور الصادات فى النقطة ب أوجد مساحة Δ و ﻡ ب حيث و هى نقطة الأصل .

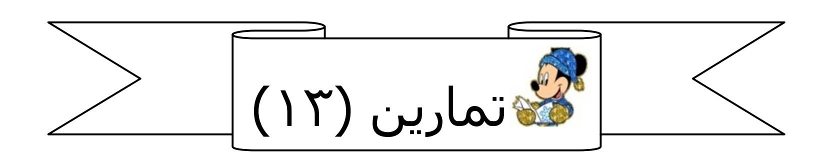


الحل



س		
ص		





١ مثل بيانيا العلاقات الأتية :-

(١) س + ص = ٣　　　　(٢) ص – ٣ س = ١

(٣) ص = ٤　　　　(٤) س = – ١

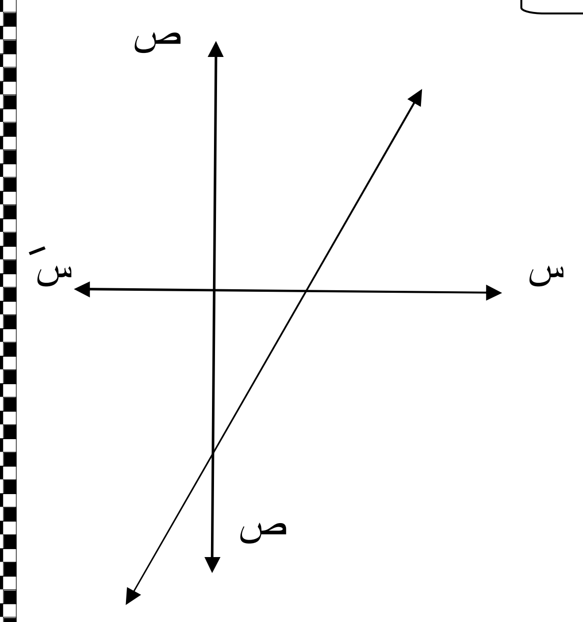
٢ إذا كان (ك ، ٢ك) تحقق العلاقة س + ص = ١٥ أوجد قيمة ك.　　[ك = ٥]

٣ إذا كان (٢ ، م) تحقق العلاقة ٣ س + ص = ٧ أوجد قيمة م .　　[م = ١]

٤ مثل بيانيا المستقم الذى يمثل العلاقة ٢ س + ٥ ص = ١٠ وإذا كان المستقيم يقطع محور السينات فى النقطة م ويقطع محور الصادات فى النقطة ب أوجد مساحة ∆ و م ب حيث و هى نقطة الأصل .

[٥ وحدة مساحة]

ميل الخط المستقيم وتطبيقات حياتية



ميل الخط المستقيم = $\frac{\text{التغير فى الاحداثى الصادى}}{\text{التغير فى الاحداثى السينى}}$

$$م = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$$

أوجد ميل $\overleftrightarrow{أب}$ فى الحالات الاتية :-

(١) أ = (-١ ، ٣) ، ب = (٥ ، ٦)



(٢) أ = (٢ ، ٤) ، ب = (٥ ، ٤)



(٣) أ = (٢ ، ١) ، ب = (٢ ، ٤)

الحل



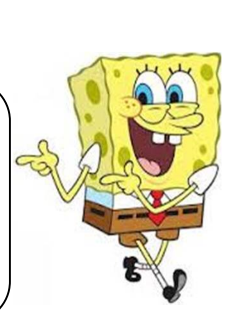
ملاحظات

(١) أى مستقيم أفقى (يوازى محور السينات) ميله = صفر .

(٢) أى مستقيم رأسى (يوازى محور الصادات) ميله غير معروف .

(٣) إذا كان ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = ميل $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ فإن النقط أ ، ب ، جـ تقع على استقامة واح

أثبت أن النقط أ = (٠، ٣) ، ب = (١، ٥) ، جـ = (-١ ، ١) تقع على استقامة واحـدة .



إذا كان الخط المستقيم الذى يحتوى النقطتين أ = (١، ٣) ، ب = (س، ٠) ميله $\frac{٣}{٢}$ أوجد قيمة س

تطبيقات حياتية

تطبيق السرعة المنتظمة للجسم المتحرك

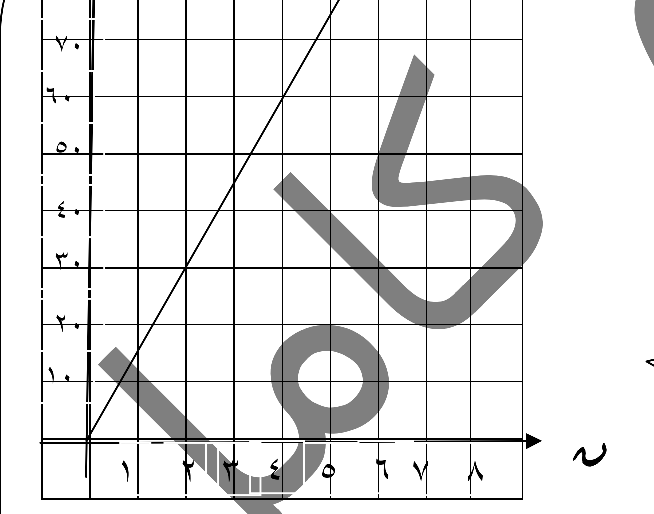
عند رسم الشكل البيانى للعلاقة بين المسافة (ف) على المحور الرأسى والزمن (ن) على المحور الأفقى نحصل على خط مستقيم :-

ميله = سرعة الجسم

$$ع = \frac{ف_2 - ف_1}{ن_2 - ن_1}$$

$$\text{السرعة المتوسطة لجسم} = \frac{\text{المسافات الكلية}}{\text{الزمن الكلى الذى قطعت فيه المسافات}}$$

تدريب (١)



الشكل البيانى المقابل :-

يوضح العلاقة بين المسافة ف بالكم والزمن ن بالساعة لدراجة تتحرك بسرعة منتظمة

أوجد سرعة الدراجة .

الحل

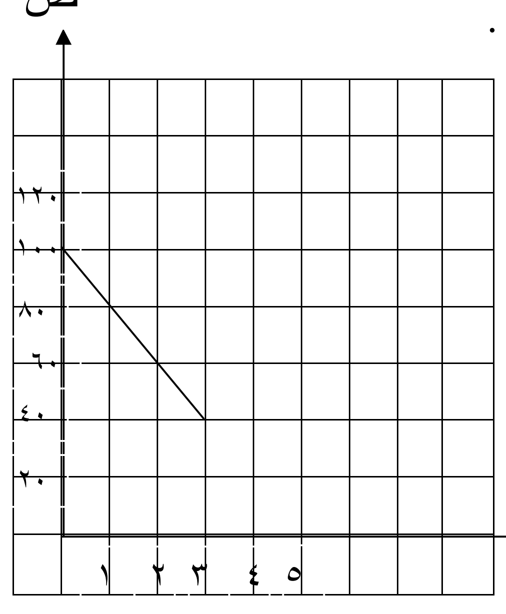
تدريب (٢)

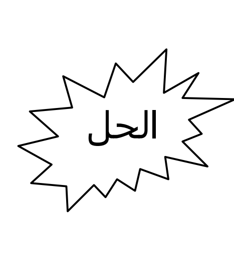
يقرأ شخص أحد الكتب والشكل البيانى المقابل يوضح العلاقة بين الزمن ن بالساعة وعدد الصفحات المتبقية ص .

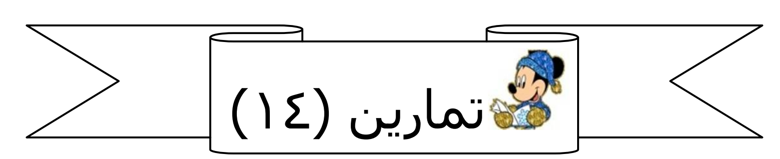
(١) كم عدد الصفحات المتبقية عند بداية القراءة ؟

(٢) أوجد معدل الصفحات المقروءة فى الساعة .

(٣) متى ينتهى الشخص من قراءة الكتاب ؟







١ أوجد ميل $\overleftrightarrow{أب}$ فى الحالات الاتية :-

(١) أ = (١ ، ٢) ، ب = (٥ ، ٠) [$\frac{-١}{٢}$]

(٢) أ = (٢ ، -١) ، ب = (٤ ، -١) [صفر]

(٢) أ = (٣ ، ١) ، ب = (٣ ، ٥) [غير معروف]

٢ ملأ مجدى سيارته بالوقود والشكل المقابل يمثل العلاقة بين الزمن(ن) بالساعة وكمية الوقود المتبقية(ص) باللتر .

(١) ماهى اكبر سعة للخزان ؟
(٢) متى يفرغ الخزان من الوقود ؟
(٣) كم يتبقى من الوقود بعد ١٥ ساعة ؟
(٤) ما معدل استهلاك الوقود فى الساعة الواحدة ؟

ص
٧٠ ، ٦٠ ، ٥٠ ، ٤٠ ، ٣٠ ، ٢٠ ، ١٠
٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠
ن

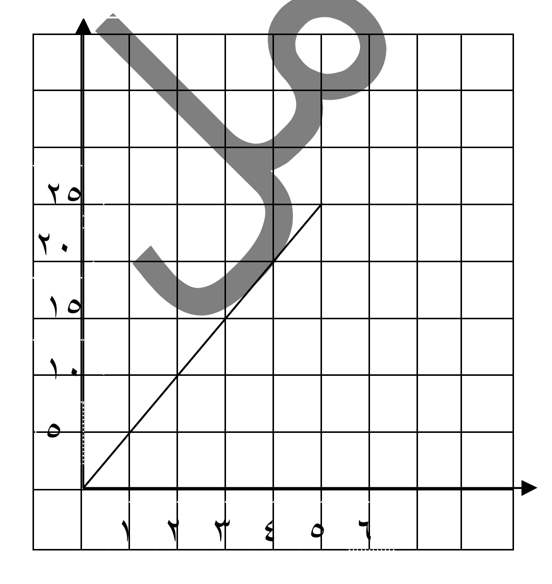


[٧٠ لتر ، ٣٠ ساعة ، ٣٥ لتر ، $\frac{٧}{٣}$ لتر / س]

٣ الشكل البيانى المقابل :-

يمثل حركة دراجة تسير بسرعة منتظمة أوجد سرعة السيارة .

[٥ كم/ س]





الإحصاء

(١) جمع البيانات وتنظيمها .

(٢) الجدول التكرارى المتجمع الصاعد.

والجدول التكرارى المتجمع النازل وتمثيلهما بيانياً

(٣) الوسط الحسابى .

(٤) الوسيط .

(٥) المنوال .

جمع البيانات وتنظيمها

**** لتنظيم البيانات وعرضها فى جداول تكرارية نتبع الخطوات التالية :**

* نوجد أكبر قيمة و أصغر قيمة لهذه البيانات
* نوجد المدى : حيث المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة
* نجزئ مجموعة البيانات إلى مجموعات جزئية متساوية المدى
* مدى المجموعة = مدى البيانات ÷ عدد المجموعات
* تسجل البيانات فى جدول التفريغ المكون من ثلاثة أعمدة :

عمود المجموعات   عمود العلامات   عمود التكرار

* نحذف عمود العلامات فنحصل على الجدول التكرارى ذى المجموعات

مثال

البيان التالى الدرجات التى حصل عليها ٣٠ طالب فى أحد الإختبارات والمطلوب

أ– تكوين الجدول التكرارى ذى المجموعات لهذه البيانات

ب – عدد التلاميذ الممتازين إذا كانت أقل درجة ليكون التلميذ ممتاز هى ١٧ درجة .

١٢	١٣	٧	٦	٨	٥	٤	٧	١٠	٧
٩	١٣	١٢	١٥	٩	١١	١٢	١١	٩	٢
١٧	٨	١٣	٣	١٤	٩	٣	٢٠	١٤	٥

الحل

** أكبر قيمة لهذه البيانات = ٢٠ ، اصغر قيمة = ٢

** المدى = ٢٠ – ٢ = ١٨

** نجزئ مجموعة البيانات إلى مجموعات جزئية متساوية المدى ليكن ٦ مجموعات

** مدى المجموعة = ١٨ ÷ ٦ = ٣

** تصبح المجموعات الجزئية كالآتى : ٢ – ، ٥ – ، ٨ –   وهكذا

لاحظ أن: ٢– تعنى أن مجموعة البيانات أكبر من أو تساوى ٢ وأقل ٥ وتقرأ من ٢ الى أقل من ٥



تسجل البيانات فى الجدول التالى :

المجموعات	العلامات	التكرار
٢ –	////	٤
٥ –	𝍸 /	٦
٨ –	𝍸 //	٧
١١ –	𝍸 ///	٨
١٤ –	///	٣
١٧ –	//	٢
المجموع		٣٠

وبحذف عمود العلامات من الجدول فنحصل على الجدول التكرارى ذى المجموعات ويمكن كتابته رأسياً أو أفقياً والصورة الأفقية للجدول هى :

المجموعة	٢ –	٥ –	٨ –	١١ –	١٤ –	١٧ –	المجموع
التكرار	٤	٦	٧	٨	٣	٢	٣٠

ب – التلاميذ الممتازين هم الحاصلين على ١٧ درجة فأكثر وعددهم = ٢

مثال تبين البيانات التالية عدد أيام الأجازات التى حصل عليها ٤٠ عامل خلال سنة كاملة :

١١	٢٧	١٤	٢٥	١٣	٢٨	١٤	٢٦	٣٠	١٥
٢٩	٢١	١٧	٢١	٢٢	١٥	١٦	٢١	١٦	٢٤
٢٦	١٥	٢٠	٢٠	٢٤	٣٠	٢٠	١٥	٢١	٢٦
١٥	٣٠	٢٨	٢٢	٢٦	٢٢	٢٧	٢٠	٣٠	٢٩

(أ) كون الجدول تكرارى لهذه البيانات

(ب) أوجد عدد العمال الذين حصلوا على أجازات أكثر من ٢٠يوما .



** أكبر قيمة لهذه البيانات = ٣٠ ، أصغر قيمة = ١١

** المدى = ٣٠ – ١١ = ١٩

** نجزئ مجموعة البيانات إلى مجموعات جزئية متساوية المدى ليكن ٤مجموعات

** مدى المجموعة = ١٩ ÷ ٤ ≃ ٥

** تصبح المجموعات الجزئية كالآتى : ١١ – ، ١٦ – ، ٢١ – ، ٢٦ –

المجموعات	العلامات	التكرار
١١ –	~~////~~ ////	٩
١٦ –	~~////~~ //	٧
٢١ –	~~////~~ //	١٠
٢٦ –	~~////~~ ///	١٤
المــجـمـــوع		٤٠

وبحذف عمود العلامات من الجدول فنحصل على الجدول التكرارى ذى المجموعات ويمكن كتابته رأسياً أو أفقياً والصورة الأفقية للجدول هى :

المجموعة	١١ –	١٦ –	٢١–	٢٦ –	المجموع
التكرار	٩	٧	١٠	١٤	٤٠

ب – عدد العمال الذين حصلوا على أجازات أكثر من ٢٠يوما = ١٠+ ١٤= ٢٤ عامل

تمارين

١ **أكمل ما يأتى :**

(١) المدى لمجموعة من القيم = ...

(٢) جدول التفريغ يتكون من .... ، .... ، ....

(٣) الجدول التكرارى ذى المجموعات يتكون من .... ، ....

(٤) نحصل على الجدول التكرارى ذى المجموعات من جدول التفريغ بحذف عمود ....

٢ البيانات التالية تبين الأجرالأسبوعى بالجنيهات لأربعين عامل فى أحد المصانع

٤٧	٧١	٣٦	٩٤	٥٤	٦٤	٨٧	٨٩	٦٢	٥٧
٥١	٦١	٤٤	٥٢	٧٠	٦٦	٥٦	٣٢	٦٩	٣٦
٧٩	٤٨	٧٧	٩٠	٦٥	٩٩	٩٦	٦٧	٦٠	٥٥
٩٥	٧٥	٨١	٨٤	٧٨	٣٨	٤٩	٩٤	٤٨	٥٩

والمطلوب عمل جدول تكرارى ذى مجموعات (خذ المجموعات الجزئية ٣٠– ، ٤٠– ، ...... ٩٠ –)

وما المجموعة التى بها أكبر تكرار ؟ وما المجموعة التى بها أقل تكرار؟

٣ فيما يلى درجات ٣٠ تلميذ فى أحد الإختبارات

٢٥	٣٥	٤٠	٢٠	٣٠	٣٧	٤٠	٣٣	٢٢	٣٨
٣٥	٣٦	٢٨	٣٧	٣٩	٢٨	٣٢	٢٦	٢٩	٣٧
٢٣	٣٤	٣٥	٣٦	٢٩	٣٨	٤٠	٣٥	٣٧	٣١

(ا) كون جدول تكرارى لهذه البيانات

(ب)أوجد عدد التلاميذ الممتازين إذا كانت أقل درجة ليكون التلميذ ممتاز هى ٣٦ درجة. [١٢تلميذ]

٤ فى الجدول التكرارى الآتى أكمل الجدول :

المجموعات	١٠ –	....	....	٤٠ –	٥٠ –	المجموع
التكرار	٧	٨	١٢	....	٤	٤٠

[٢٠ – ، ٣٠– ، ٩]

الجدول التكرارى المتجمع الصاعد
والجدول التكرارى المتجمع النازل

أو الجدول التكرارى المتجمع الصاعد و تمثيله بيانياً :

" الجدول التكرارى المتجمع الصاعد يبدأ بالصفر وينتهى بمجموع التكرارات "

مثال كون الجدول التكرارى المتجمع الصاعد لبيانات الجدول الآتى ومثله بيانياً :

المجموعات	١٨ ـ	٢٤ ـ	٣٠ ـ	٣٦ ـ	٤٢ ـ	٤٨ ـ	٥٤ ـ ٦٠	المجموع
التكرار	٢	٤	١٠	١٨	٨	٦	٢	٥٠

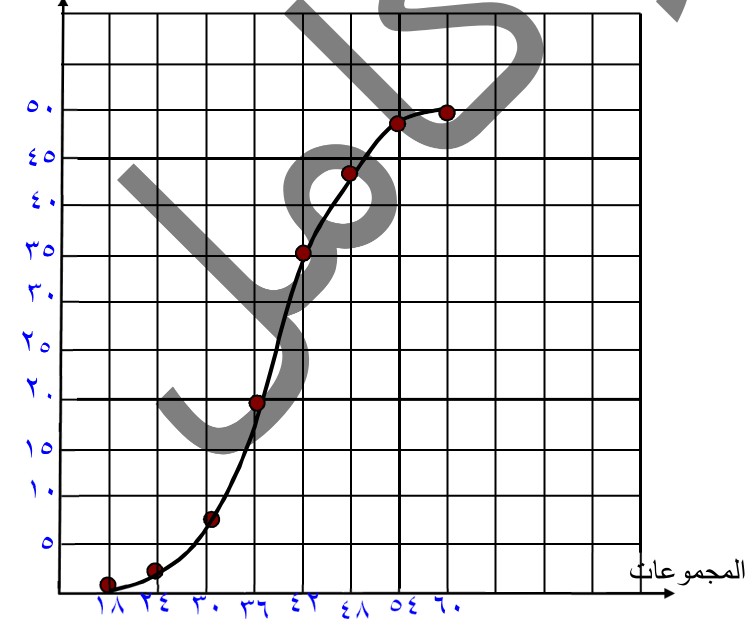
* لتكوين الجدول التكرارى المتجمع الصاعد :

(١) نكون جدول من عمودين العمود الأول للحدود العليا للمجموعات ، والعمود الثانى للتكرار المتجمع الصاعد و نبدأ بالتكرار صفرثم نجمع التكرارات بالتتابع

(٢) نخصص المحور الأفقى للمجموعات وتوضع كما بالجدول بدون تغييروالمحور الرأسى للتكرار المتجمع الصاعد ثم نختار مقياس رسم مناسب للتكرار المتجمع الصاعد بحيث يتسع المحور الرأسى للتكرار الكلى الصاعد " مقيا س الرسم يكون بتدريج منتظم "

(٣) نمثل التكرار المتجمع الصاعد لكل مجموعة و نرسم الخط البيانى لها بالتتابع

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ١٨	صفر
أقل من ٢٤	صفر + ٢ = ٢
أقل من ٣٠	٢ + ٤ = ٦
أقل من ٣٦	٦ + ١٠ = ١٦
أقل من ٤٢	١٦ + ١٨ = ٣٤
أقل من ٤٨	٣٤ + ٨ = ٤٢
أقل من ٥٤	٤٢ + ٦ = ٤٨
أقل من ٦٠	٤٨ + ٢ = ٥٠



ثالثاً: الجدول التكرارى المتجمع النازل و تمثيله بيانياً :

الجدول التكرارى المتجمع النازل يبدأ بمجموع التكرارت وينتهى بالصفر

لتكوين الجدول التكرارى المتجمع النازل :

(١) نكون جدول من عمودين العمود الأول للحدود السفلى للمجموعات ،والعمود الثانى للتكرار المتجمع النازل و نبدأ بمجموع التكرارات ثم نطرح التكرارات بالتتابع

(٢) نخصص المحور الأفقى للمجموعات وتوضع كما بالجدول بدون تغيير والمحور الرأسى للتكرار المتجمع الصاعد ثم نختار مقياس رسم مناسب للتكرار المتجمع الصاعد بحيث يتسع المحور الرأسى للتكرار الكلى الصاعد " مقيا س الرسم يكون بتدريج منتظم "

(٣) نمثل التكرار المتجمع الصاعد لكل مجموعة و نرسم الخط البيانى لها بالتتابع

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
١٨ فأكثر	٥٠
٢٤ فأكثر	٥٠ ـ ٢ = ٤٨
٣٠ فأكثر	٤٨ ـ ٤ = ٤٤
٣٦ فأكثر	٤٤ ـ ١٠ = ٣٤
٤٢ فأكثر	٣٤ ـ ١٨ = ١٦
٤٨ فأكثر	١٦ ـ ٨ = ٨
٥٤ فأكثر	٨ ـ ٦ = ٢
٦٠ فأكثر	٢ ـ ٢ = صفر

تمارين

١) الجدول الآتي يبين التوزيع التكراري لدرجات ٦٠ طالباً في إحدى المواد

مجموعات الدرجات	٠ –	١٠ –	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –	المجموع
عدد ا لطلاب	٢	١٣	١٧	٢٣	٥	٦٠

إرسم المنحنى التكراري المتجمع النازل

٢) إرسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد للتوزيع التكراري الآتي :

المجموعات	٢ –	٤–	٦ –	٨ –	١٠ –	١٢ –	ا لمجموع
التكرار	٥	١٥	٣٠	٢٤	١٧	٩	١٠٠

٣) الجدول الآتي يبين التوزيع التكراري لدرجات ١٠٠ طالب في إمتحان إحدى المواد

المجموعات	٠ –	١٠ –	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –	٥٠ –	المجموع
التكرار	٨	١٤	١٥	٢٨	٢٣	١٢	١٠٠

* إرسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل
* أوجد عدد الطلاب الحاصلين على أقل من ٤٠ درجة [٦٥تلميذ]
* أوجد عدد الطلاب الحاصلين على ٤٠ درجة فأكثر [٣٥تلميذ]
* النسبة المئوية لنجاح الطلاب علماً بأن النهاية الصغرى للنجاح ٢٠ درجة [٧٨%]

٤) الأزهر٢٠٠٩/٢٠١٠الجدول الآتي يبين التوزيع التكراري لأوزان ٥٠ تلميذ بأحد المعاهد الإبتدائية الأزهرية

المجموعات	٣٠ –	٣٥ –	٤٠ –	٤٥–	٥٠ –	٥٥–	ا لمجموع
التكرار	٧	٣ك	٤ك	١٠	٨	٤	٥٠

* أوجد قيمة **ك** [٣]
* إرسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد لهذا التوزيع

الوسط الحسابى

الوسط الحسابى

هو القيمة التى لو أعطيت لكل مفردة " قيمة " من مفردات " قيم " المجموعة لكان مجموع هذه القيم الجديدة هو نفس مجموع القيم الأصلية .

$$\text{الوسط الحسابى لمجموعة من القيم} = \frac{\text{مجموع قيم المفردات}}{\text{هذه المفردات}}$$

مثال

أوجد الوسط الحسابى للقيم : ٣ ، ٥ ، ١٧ ، ١٨ ، ٧ ، ١١ ، ٢

$$\text{الوسط الحسابى} = \frac{٣ + ٥ + ١٧ + ١٨ + ٧ + ١١ + ٢}{٧} = \frac{٦٣}{٧} = ٩$$

الوسط الحسابى لبيانات جدول تكرارى ذى مجموعات :

الخطوات : تتضح الخطوات من المثال الآتى :

أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	١٠ ــ	٢٠ ــ	٣٠ ــ	٤٠ ــ	٥٠ــ	٦٠ ــ
التكرار	٢	٨	١٧	٢٣	٧	٣

** نحدد مراكز المجموعات (م): $\text{م} = \frac{\text{الحد الأدنى للمجموعة + الحد الأعلى للمجموعة}}{٢}$

∴ مركز المجموعة الأولى $= \frac{١٠ + ٢٠}{٢} = ١٥$

، حيث أن مدى المجموعات = ١٠

∴ نضيف ١٠ لمراكز المجموعات بالتتابع

** نكون الجدول الآتى :

مركز المجموعة م	التكرار ك	م x ك
١٥	٢	٣٠
٢٥	٨	٢٠٠
٣٥	١٧	٥٩٥
٤٥	٢٣	١٠٣٥
٥٥	٧	٣٨٥
٦٥	٣	١٩٥
مجموع	٦٠	٢٤٤٠

÷

$$\text{الوسط الحسابى} = \frac{\text{مجموع (ك x م)}}{\text{مجموع ك}} = \frac{٢٤٤٠}{\text{٦٠عدد}}$$

$\simeq ٤٠,٧$



* فيما يلى التوزيع التكرارى لأوزان ٣٠ طفل أكمل الجدول ثم أحسب الوسط الحسابى

المجموعات	٦ –	١٠ –	١٤ –	......	٢٢–	٢٦ –	٣٠–	المجموع
التكرار	٢	٣	....	٨	٦	٤	٢	٣٠

[١٨ – ، ٥ ، ٢٠,٤]



تمارين

١ أوجد الوسط الحسابى لكل من مجموعات القيم الآتية :

(١) ١٠، ٧ ، ٨ ، ١٢ ، ١٣ [١٠]

(٢) ٢٥ ، ٢٣ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٤ [٢٣]

(٣) ٩ ، ٧ ، ٥ ، ٢٤ ، ١٠ ، ٨ ، ١٤ [١١]

٢ أوجد الوسط الحسابى لكل من الجداول التكرارية الآتية :

(١) الأزهر ٢٠١٢/٢٠١٣

المجموعات	٥ –	١٥ –	٢٥ –	٣٥ –	٤٥–	مجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠

[٢٧]

(٢) مدرسة كوم يعقوب ٢٠١٣/٢٠١٤

المجموعات	١٠–	٣٠ –	٥٠ –	٧٠ –	٩٠–	مجموع
التكرار	٤	٦	٨	٧	٥	٣٠

[٦٢]

(٣) الأزهر ٢٠١٣/٢٠١٤ : بإستخدام التوزيع التكرارى الأتى أوجد :

المجوعات	٠ –	٢ –	ك –	٦ –	٨ –	المجموع
التكرار	٤	٦	٩	٥	١	٢٥

(م) قيمة ك [٤]

(ب) الوسط الحسابى [٤,٤٤]

الوسـيط

الوسـ هو القيمة التى تتوسط مجموعة المفردات " القيم " بعد ترتيبها تصاعدياً أوتنازلياً بحيث يكون عدد القيم الأصغر منها مساوياً لعدد القيم الأكبر منها.

مثال **أوجد الوسيط للقيم** : (أ) ٥ ، ٩ ، ٢ ، ٦ ، ٣

(ب) ٦ ، ٤ ، ٢، ٠، ٥ ، ١ ، ٩، ١٠

الحـ

(أ) الترتيب التصاعدى هو ٢ ، ٣، ⓹ ، ٦ ، ٩ $\Longleftarrow$ الوسيط = ٥

(ب) الترتيب التصاعدى هو ٠ ، ١ ، ٢، [٤ ، ٥] ، ٦ ، ٩ ، ١٠ $\Longleftarrow$ الوسيط = $\frac{٤+٥}{٢}$ = ٤,٥

إيجاد الوسيط لتوزيع تكرارى

خطوات إيجاد الوسـيط لتوزيع تكرارى :

(١) ننشئ الجدول التكرارى المتجمع الصاعد أو النازل ثم نرسم المنحنى التكرارى المتجمع له

(٢) نحدد ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{٢}$

(٣) نحدد نقطة على المحور الرأسى " التكرار المتجمع " والتى تمثل ترتيب الوسيط ثم نرسم منها مستقيماً أفقياً يقطع المنحنى المتجمع فى نقطة نرسم منها عموداً على المحور الأفقى فيقطعه فى نقطة تمثل "الوسيط "

ملاحظ إذا رسمنا المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل معاً فإن الإحداثى الأفقى لنقطة تقاطعهما تمثل " الوسيط "

أى أن نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل تعين الوسيط على محور المجموعات .

مثال

أوجد الوسيط للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	١٨ ــ	٢٤ ــ	٣٠ ــ	٣٦ ــ	٤٢ ــ	٤٨ ــ	٥٤ ــ ٦٠	المجموع
التكرار	٢	٤	١٠	١٨	٨	٦	٢	٥٠



١ من المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ١٨	صـــفــر
أقل من ٢٤	صفر+٢ = ٢
أقل من ٣٠	٢+ ٤ = ٦
أقل من ٣٦	٦ + ١٠ = ١٦
أقل من ٤٢	١٦ + ١٨ =٣٤
أقل من ٤٨	٣٤ + ٨ = ٤٢
أقل من ٥٤	٤٢ + ٦ = ٤٨
أقل من ٦٠	٤٨ + ٢ = ٥٠

التكرار المتجمع الصاعد

٥٠ ، ٤٥ ، ٤٠ ، ٣٥ ، ٣٠ ، ٢٥ ، ٢٠ ، ١٥ ، ١٠ ، ٥

١٨ ٢٤ ٣٠ ٣٦ ٤٢ ٤٨ ٥٤ ٦٠

المجموعات

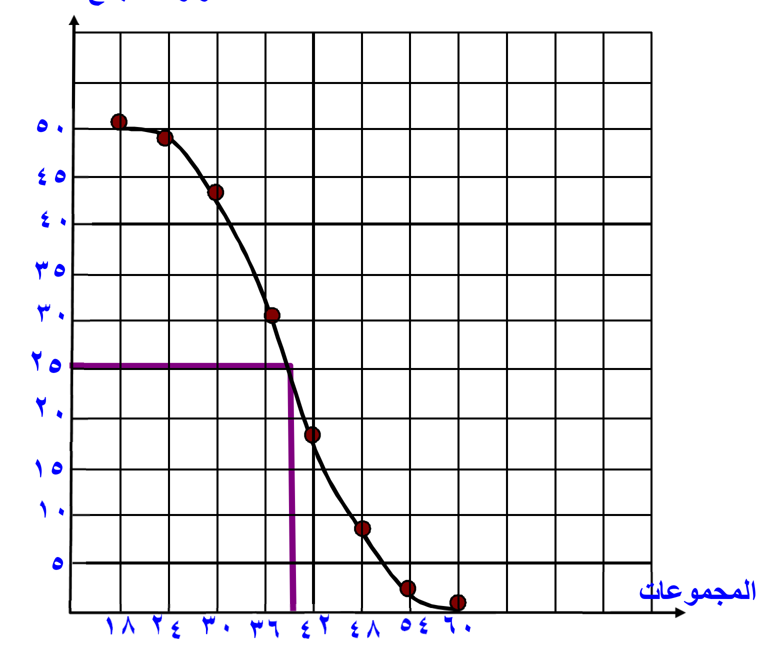
ترتيب الوسيط = $\frac{٥٠}{٢}$ = ٢٥

من الرسم الوسيط ≃ ٤٠



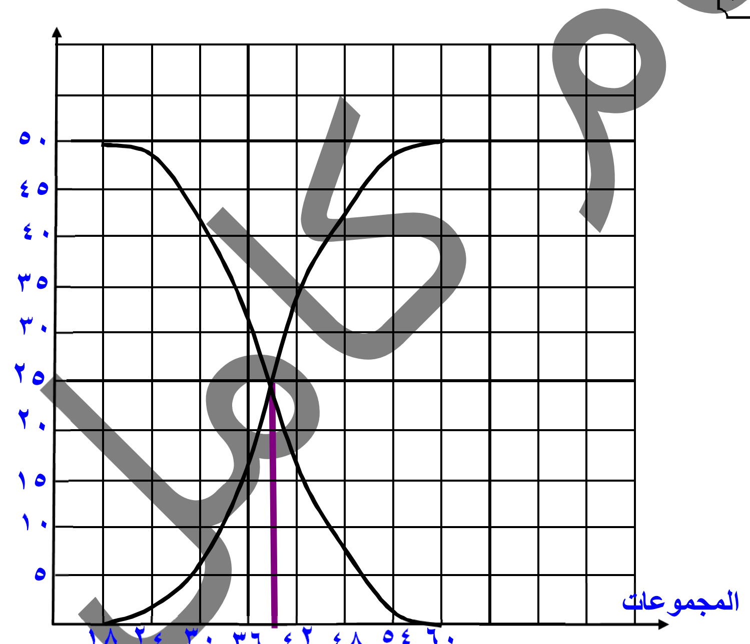
٢ من المنحنى التكرارى المتجمع النازل

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
١٨ فأكثر	٥٠
٢٤ فأكثر	٥٠_٢ = ٤٨
٣٠ فأكثر	٤٨_ ٤ = ٤٤
٣٦ فأكثر	٤٤_ ١٠ = ٣٤
٤٢ فأكثر	٣٤_١٨ = ١٦
٤٨ فأكثر	١٦_٨ = ٨
٥٤ فأكثر	٨ _ ٦ = ٢
٦٠ فأكثر	٢_ ٢ = صفر



من الرسم الوسيط ≃ ٤٠

٣ من المنحنيين معاً :





من الرسم الوسيط ≃ ٤٠

تمارين

أوجد الوسيط لكل من الجداول التكرارية الآتية :

(١)

المجموعات	٢٠ –	٣٠ –	٤٠–	٥٠ –	٦٠ –	٧٠ –	المجموع
التكرار	١٠	١٥	٢٢	٢٥	٢٠	٨	١٠٠

[٥٠,٤]

(٢)

المجموعات	٠ –	٢ –	٤–	٦–	مجموع
التكرار	١	٢	٢	٥	١٠

[٦]

(٣)

المجموعات	٣٠٠ –	٤٠٠ –	٥٠٠ –	٦٠٠ –	٧٠٠ –	مجموع
التكرار	٨	١٢	١٨	٧	٥	٥٠

[٥٢٠]

(٤) فى الجدول التكرارى الاتى :

المجموعات	١٠ –	٢٠ –	٣٠–	٤٠ –	س –	٦٠ –	مجموع
التكرار	١٢	١٥	٢٥	٢٧	**ك** + ٤	٤	١٠٠

أولا : أوجد قيمة كل من س ، **ك** [س = ٥٠ ، **ك** = ١٣]

ثانيا : إرسم فى شكل واحد المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل ثم أحسب الوسيط . [٣٩]

المنوا

المنوا

المنوال هو القيمة الأكثر شيوعاً فى مجموعة المفردات " القيم "

أى القيمة التى تتكرر أكثر من غيرها من القيم

مثلا : المنوال للقيم ٥ ، ٦ ، ٥ ، ٩ ، ٥ ، ٦ ، ٥ ، ٣ هو ....

المنوال لجدول تكرارى ذى مجموعات

أوجد المنوال للجدول التكرارى الآتى :

المجموعات	١٨ ــ	٢٤ ــ	٣٠ ــ	٣٦ ــ	٤٢ ــ	٤٨ ــ	٥٤ ــ	المجموع
التكرار	٢	٤	١٠	١٨	٨	٦	٢	٥٠

الحل

نرسم المدرج التكرارى كالآتى :

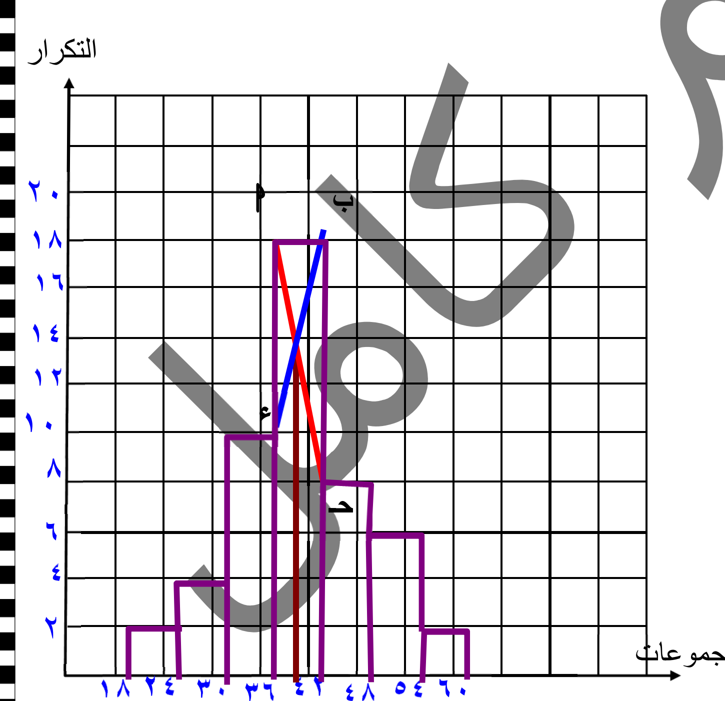
** نرسم محورين أحدهما أفقى للمجموعات والآخر رأسى للتكرار

** نستخدم مقياس رسم مناسب للمحورين

** نرسم مستطيلات متلاصقة كما بالشكل المقابل

بحيث يكون عرض كل منها مدى المجموعة

طول كل منها تكرار المجموعات بالترتيب



إيجاد المنوال :

** المنوال يتحدد من المجموعة المنوالية وهى

الأكثر تكراراً

** نحدد نقطة تقاطع $\overline{\text{أ حـ}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$

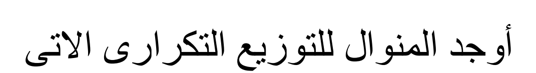
و نسقط منها عموداً على المحور الأفقى

يحدد القيمة المنوالية

المنوال = ٤٠

ملاحظة : المنوال يساوى تقريبا مركز الفئة المنوالية

فكر



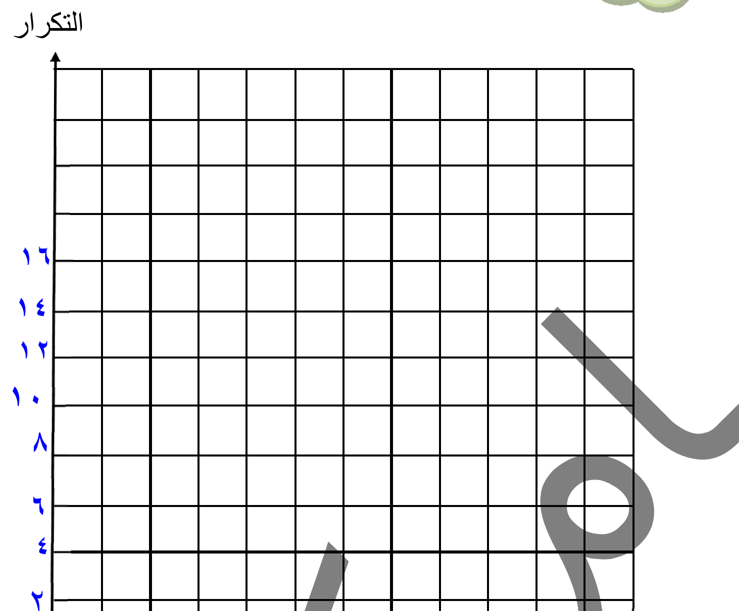
أوجد المنوال للتوزيع التكرارى الاتى



المجموعات	٦٠ –	٦٥ –	٧٠ –	٧٥ –	٨٠ –	المجموع
التكرار	١	٥	١٥	٧	٢	٣٠

[٧٣]





المنوال = ...

تمارين

أوجد المنوال لكل من الجداول التكرارية الآتية :

(١)

المجموعات	٣ –	٤ –	٥ –	٦ –	٧ –	المجموع
التكرار	٣	٢٠	١٢	٨	٧	٥٠

[٤,٦]

(٢)

المجموعات	٢ –	٤ –	٦–	٨ –	١٠–	مجموع
التكرار	٣	١٠	١٢	١٠	٥	٤٠

[٧]

(٣) امتحان ٢٠١٠/٢٠١٢

المجموعات	٥ –	١٥ –	٢٥–	٣٥ –	٤٥–	٥٥ –	مجموع
عدد التلاميذ	٧	٩	١٢	١٠	٨	٤	٥٠

[٣٠]

(٤)

المجموعات	١٦ –	٢٠ –	٢٤ –	٢٨ –	٣٢ –	٣٦ –
التكرار	١	٧	١٢	٥	٣	٢

[٢٦]